

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

LARA CHIANCA FERREIRA DE FRANÇA

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE PONTE EM LAJE

JOÃO PESSOA

2016

LARA CHIANCA FERREIRA DE FRANÇA

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE PONTE EM LAJE

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial exigido pelo curso de Graduação em Engenharia Civil.

Orientador: Carlos Antônio Taurino de Lucena.

JOÃO PESSOA

2016

Aos meus pais, Cláudia e Almir, e ao meu irmão, Felipe, motivos de todo meu esforço e dedicação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por todas as oportunidades que me são dadas e pelas pessoas tão especiais que sempre coloca em minha vida.

Ao professor orientador Carlos Antônio Taurino de Lucena, por tanta paciência e dedicação ao me orientar, além da amizade e conselhos.

Aos meus pais, por tudo o que sou, sempre fizeram para que eu tivesse a melhor educação possível, por aguentarem meu mau humor diante das noites mal dormidas, por sempre me motivarem a dar meu melhor em tudo. Por sempre acreditarem na minha capacidade, me acolherem quando tudo dava errado. Por me amarem incondicionalmente. Tudo o que faço é com o objetivo de orgulhá-los.

Ao meu irmão que, apesar de dizer que estudar não tem futuro e ficar rindo enquanto assistia ao sofrimento das inúmeras tarefas acadêmicas, sempre me motivou e foi meu amigo.

A toda minha família por sempre acreditarem no meu potencial e torcerem pelo meu sucesso.

À melhor amiga que eu poderia ter, Paula, sem a qual eu não teria conseguido chegar até aqui. Agradeço pela grande amizade, companheirismo, por sempre cuidar de mim; por nunca me deixar desistir de nada, por sempre me dar os puxões de orelha necessários, por sempre chorar ou comemorar comigo. Sempre estive ao meu lado em todas as situações e, certamente, sempre estará.

A todas as grandes amigas que fiz e levarei para o resto de minha vida, por torcerem por mim, por animarem os dias sofridos e quentes na universidade, deixando tudo mais leve.

Ao grande amigo Artur, que sempre foi um exemplo a ser seguido, por me motivar a sempre buscar ser uma melhor versão de mim, me fazer acreditar que sou capaz de alcançar qualquer objetivo, pela amizade e inúmeros conselhos.

Ao querido Andrey, que estive ao meu lado por alguns anos, sendo compreensivo e me motivando. Agradeço por ter tornado minha vida mais leve e feliz durante esse tempo.

À querida professora e amiga, Andréa, pela amizade, conselhos e conversas, além dos ensinamentos.

A todos os professores que colaboraram para que eu chegasse até aqui.

A todos os amigos que não foram citados, mas contribuíram, de alguma forma, para que eu chegasse até aqui e tenha me tornado quem sou.

“Põe o quanto és no mínimo que fazes. ”

(Fernando Pessoa)

RESUMO

As pontes são elementos estruturais essenciais ao desenvolvimento social e econômico de um local, já que interliga lugares, nações e culturas. Então é necessário que sejam eficientes do ponto de vista técnico, estético e econômico. Neste trabalho foi feita a análise e o dimensionamento da superestrutura de uma ponte em laje de concreto armado. Para isto, foram utilizados dois métodos, sendo o primeiro o método das tabelas de Rüsçh, que segue como princípio o procedimento das superfícies de influência, e o segundo, um software comercial (SAP2000), baseado no método dos elementos finitos (MEF). O dimensionamento, executado a partir dos momentos obtidos no método de Rüsçh, foi feito à flexão, de acordo com as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Os resultados das análises pelos dois métodos foram comparados, e mostraram uma boa concordância, para efeitos práticos. A diferença entre os resultados deve-se à própria sistemática utilizada pelo MEF, bem como a possível inclusão do coeficiente de Poisson na entrada de dados do software.

Palavras-chave: Pontes. Lajes. Rüsçh. SAP2000. Dimensionamento.

ABSTRACT

Bridges are essential structural elements to social and economic development of a site, as it interconnects places, nations and cultures. Therefore they need to be efficient from a technical, aesthetical and economical point of view. In this work was done the analysis and design of the superstructure of a reinforced concrete bridge slab. For this, two methods were used, being the first the method of Rüsç's tables, which follows as a principle the procedure of influence surfaces, and the second, a commercial software (SAP2000), based on the finite elements method (FEM). The design, run from the moments obtained in Rüsç method was made to bending, according to the standards of the Brazilian Association of Technical Standards. The analysis results by the two methods were compared and showed good agreement for all practical purposes. The difference between the results is due to the very systematic used by the FEM and the possible inclusion of Poisson's ratio in the input data software.

Keywords: Bridges. Slabs. Rüsç. SAP2000. Design.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - PONTE TACOMA NARROWS	16
FIGURA 2 - PARTES CONSTITUINTES DA ESTRUTURA DE UMA PONTE.....	18
FIGURA 3 - TIPOS ESTRUTURAIS DE PONTES	18
FIGURA 4 - (A) PLACA INDEFORMADA NO PLANO XY; (B) PARTE DA PLACA ANTES E APÓS A FLEXÃO.....	24
FIGURA 5 - TENSÕES EM UM ELEMENTO DIFERENCIAL DE PLACA	28
FIGURA 6 - CARGA E RESULTANTE DE TENSÕES EM UM ELEMENTO DIFERENCIAL DE PLACA	30
FIGURA 7 - DISTRIBUIÇÃO DAS CARGAS DO TRÁFEGO	32
FIGURA 8 - LAJES COM CARGAS APLICADAS EM ZONAS RETANGULARES	33
FIGURA 9 - LINHA DE INFLUÊNCIA DE MOMENTO FLETOR EM UMA VIGA CONTÍNUA	35
FIGURA 10 - SUPERFÍCIE DE INFLUÊNCIA DE M_{xM} (A) PERSPECTIVA (B) VISTA SUPERIOR ...	36
FIGURA 11 - SUPERFÍCIE DE INFLUÊNCIA DO MOMENTO DE ENGASTAMENTO M_{xe} (A) PERSPECTIVA (B) VISTA SUPERIOR.....	37
FIGURA 12 - PLANO DA SUPERFÍCIE DE INFLUÊNCIA DE UMA PLACA CIRCULAR, DEVIDO A UMA CARGA CONCENTRADA NO CENTRO.....	38
FIGURA 13 - TIPOS DE CARREGAMENTO NUMA SUPERFÍCIE DE INFLUÊNCIA DE LAJE.....	39
FIGURA 14 - TRECHO DAS TABELAS DE RÜSCH.....	40
FIGURA 15 - DIAGRAMAS DE COBRIMENTO DE MOMENTOS FLETORES.....	41
FIGURA 16 - CARGA E MOMENTO LINEAR APLICADOS NO BORDO LIVRE DA PLACA.....	42
FIGURA 17 - SEÇÃO TRANSVERSAL DO TABULEIRO	45
FIGURA 18 - PLANTA BAIXA DO TABULEIRO.....	45
FIGURA 19 - SEÇÃO LONGITUDINAL DO TABULEIRO.....	46
FIGURA 20 – DISPOSIÇÃO DE CARGAS ESTÁTICAS DE NORMA	48
FIGURA 21 - MALHA DE ELEMENTOS FINITOS.....	53
FIGURA 22 - TELA DE INSERÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO MATERIAL	54
FIGURA 23 - CARREGAMENTO MÓVEL DE NORMA: TB-450	55
FIGURA 24 – MOMENTOS FLETORES DEVIDOS À CARGA PERMANENTE, NA DIREÇÃO X.....	56
FIGURA 25 - MOMENTOS FLETORES DEVIDOS À CARGA PERMANENTE, NA DIREÇÃO Y.....	56
FIGURA 26 - MOMENTOS FLETORES DEVIDOS À CARGA MÓVEL, NA DIREÇÃO X	57
FIGURA 27 - MOMENTOS FLETORES DEVIDOS À CARGA MÓVEL, NA DIREÇÃO Y	58
FIGURA 28 - TABELA DE AÇÕES PERMANENTES AGRUPADAS	60
FIGURA 29 - TABELA DE AÇÕES VARIÁVEIS AGRUPADAS.....	60
FIGURA 30 - CARGA MÓVEL PARA O ESFORÇO CORTANTE (I).....	63
FIGURA 31 - CARGA MÓVEL PARA O ESFORÇO CORTANTE (II)	64
FIGURA 32 - TABELA DE COMBINAÇÕES DE SERVIÇO	65
FIGURA 33 - SEÇÃO TRANSVERSAL PARA A ANÁLISE DO ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO....	67
FIGURA 34 - TABELA DE TENSÕES DE FADIGA	70
FIGURA 35 - SEÇÃO RETANGULAR SOB FLEXÃO SIMPLES RETA	71

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - MOMENTOS CARACTERÍSTICOS TABELAS DE RÜSCH.....	52
TABELA 2 - MOMENTOS CARACTERÍSTICOS SAP2000 (COEFICIENTE DE POISSON 0,2).....	58
TABELA 3 - MOMENTOS CARACTERÍSTICOS SAP2000 (COEFICIENTE DE POISSON 0).....	58
TABELA 4 - RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO.....	62
TABELA 5 - MOMENTOS DE COMBINAÇÃO FREQUENTE.....	72
TABELA 6 - VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FADIGA	72
TABELA 7 - MOMENTOS CARACTERÍSTICOS FINAIS.....	74

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	15
1.2	OBJETIVOS GERAIS	20
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
1.4	JUSTIFICATIVA	21
1.5	METODOLOGIA	21
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	22
2.1	FUNDAMENTAÇÃO DA TEORIA DE PLACAS	22
2.1.1	<i>TEORIA DE KIRCHOFF</i>	23
2.1.1.1	RELAÇÕES CURVATURA-DEFORMAÇÃO	23
2.1.1.2	TENSÕES E RESULTANTES DE TENSÕES	26
2.1.1.3	EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO.....	29
2.2	CÁLCULO DAS PONTES EM LAJE.....	31
2.2.1	<i>PROCEDIMENTO DAS SUPERFÍCIES DE INFLUÊNCIA</i>	33
2.2.1.1	LINHAS DE INFLUÊNCIA	34
2.2.1.2	SUPERFÍCIES DE INFLUÊNCIA	35
2.2.2	<i>TABELAS DE RÜSCH</i>	39
2.2.3	<i>MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS</i>	43
3	ANÁLISE DA PONTE.....	44
3.1	DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA.....	44
3.2	AÇÕES NAS PONTES	46
3.2.1	<i>SOLICITAÇÕES PROVOCADAS POR CARGAS PERMANENTES</i>	46
3.2.2	<i>SOLICITAÇÕES PROVOCADAS PELAS CARGAS DE UTILIZAÇÃO</i>	46
3.2.3	<i>SOLICITAÇÕES PROVOCADAS PELOS ELEMENTOS NATURAIS</i>	47
3.2.4	<i>SOLICITAÇÕES PRODUZIDAS POR DEFORMAÇÕES INTERNAS</i>	47
3.3	AÇÕES VERTICAIS A CONSIDERAR NA SUPERESTRUTURA.....	47
3.3.1	<i>CARGAS PERMANENTES</i>	47
3.3.2	<i>CARGAS MÓVEIS</i>	47
3.4	IMPACTO	48
4	CÁLCULOS E RESULTADOS	50
4.1	ANÁLISE ATRAVÉS DAS TABELAS DE RÜSCH.....	50
4.1.1	<i>CARGAS PERMANENTES</i>	50
4.1.2	<i>MOMENTOS FLETORES DEVIDOS À CARGA PERMANENTE</i>	51
4.1.3	<i>MOMENTOS FLETORES DEVIDOS ÀS CARGAS MÓVEIS</i>	51
4.2	ANÁLISE ATRAVÉS DO SOFTWARE SAP2000.....	52
4.2.1	<i>MODELO ESTRUTURAL</i>	52
4.2.2	<i>MATERIAIS</i>	53
4.2.3	<i>CARREGAMENTOS VERTICAIS</i>	54
4.2.3.1	<i>CARGAS PERMANENTES</i>	54
4.2.3.2	<i>CARGAS MÓVEIS</i>	55
4.2.4	<i>ESFORÇOS DEVIDOS À CARGA PERMANENTE</i>	55
4.2.5	<i>ESFORÇOS DEVIDOS À CARGA MÓVEL</i>	57

5	DIMENSIONAMENTO.....	59
5.1	COMBINAÇÕES DE CÁLCULO	59
5.2	SOLICITAÇÕES DE CÁLCULO	59
5.3	CÁLCULO DAS ARMADURAS À FLEXÃO	61
5.3.1	<i>MATERIAIS</i>	61
5.4	DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE	62
5.5	ESTADO LIMITE DE FORMAÇÃO DE FISSURAS	65
5.6	ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FADIGA.....	68
6	CONCLUSÕES.....	74

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo trata da importância das pontes para a humanidade e seu desenvolvimento. Além disso, apresenta o que será abordado ao longo do trabalho, objetivos gerais e específicos, justificativa e, finalmente, a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados.

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

De acordo com a NBR 7188:2013, as pontes são estruturas sujeitas à ação de cargas em movimento, com posicionamento variável, denominadas cargas móveis, utilizadas para transpor obstáculos.

Identifica-se a presença de pontes desde a pré-história, sendo constituídas de pedra. Também haviam pontes constituídas de madeira, mas, devido à falta de durabilidade, não existem registros. No caso de pontes projetadas, os primeiros registros, levando em consideração as ligações dos apoios com o solo, foram feitos a partir do século III a.C., construídas pelos romanos. Seu papel era apenas transpor obstáculos, já que foram criadas com o intuito de transporte e interligação entre lugares.

Mais tarde, entre os séculos V e XV d.C., ou seja, na Idade Média, também foram encontradas pontes com outras finalidades, tais como pontes comerciais, militares, residenciais, aquedutos.

Posteriormente houve o aprimoramento da tecnologia da construção de pontes, pelos franceses, onde a arquitetura também passou a ter destaque na elaboração do projeto.

Assim chegamos à época da revolução industrial, onde houve um significativo avanço tecnológico, surgimento de diferentes materiais, máquinas, abrindo o leque de possibilidades e variedade de tipos de projetos diferentes. Um exemplo foi o uso das pontes suspensas, que comportam grandes vãos.

Apesar de todo o desenvolvimento e aprimoramento de técnicas construtivas, os colapsos em pontes não foram erradicados. Um caso conhecido mundialmente foi o colapso que aconteceu na ponte Tacoma Narrows (figura 1), em sete de novembro de 1940, nos Estados

Unidos. A partir deste acidente, a ação do vento tornou-se parte das considerações necessárias no momento de desenvolver o projeto estrutural.

Figura 1 - Ponte Tacoma Narrows



Fonte: <http://themcvteam.pbworks.com/f/1337859238/Screen%20shot%202012-05-24%20at%207.16.48%20AM.png> (Acesso em 27/04/2016)

Nos dias atuais, para a construção de pontes, os requisitos principais são a união entre segurança, economia, estética e funcionalidade, além da necessidade mínima de manutenção.

Quando as pontes têm a questão estética como aspecto de grande importância, é normal que seja dotada de estruturas e formas diversas. Assim é extremamente importante que as concepção e análise estruturais sejam feitas de maneira minuciosa, permitindo que haja eficiência na construção, ou seja, que os elementos da estética trabalhem como elementos estruturais.

Arelados às ambições dos projetistas e maiores dificuldades na determinação dos esforços nas complexas estruturas, estão os avanços tecnológicos. E atualmente as pontes são calculadas com o auxílio de programas computacionais, que permitem uma modelagem numérica mais precisa das estruturas. Existem diversos métodos numéricos para realizar

cálculos estruturais. Dentre eles destaca-se o Método dos Elementos Finitos (MEF), o qual é utilizado em um software denominado SAP2000. E um método manual, que será utilizado no presente trabalho, que é feito com o auxílio das tabelas de Hubert Rüsch (1974).

As pontes são tipos de construções capazes de mudar o cenário de um local, impulsionar o desenvolvimento de uma cidade, valorizando e conectando lugares. É possível dizer que são um símbolo de evolução.

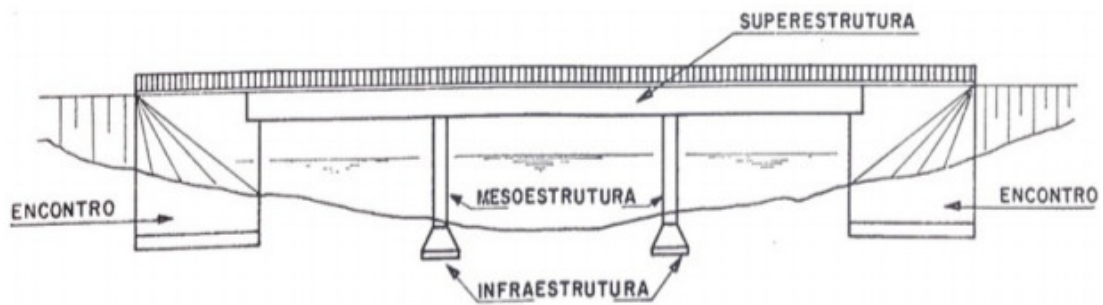
Quando comparadas a construções tradicionais, tais como edifícios, casas, as pontes apresentam várias particularidades e ações diferentes a serem levadas em conta. O que já é esperado, levando em consideração que as pontes têm funções diferentes das construções comuns.

No cálculo das pontes é necessário levar em consideração o efeito dinâmico das cargas, por estas serem móveis. Por este motivo, é necessária a análise dos possíveis esforços, levando em consideração a variação das combinações das cargas, e dos efeitos diferentes que serão gerados devido às diversas situações.

Do ponto de vista do seu funcionamento, em sua maioria, as pontes são constituídas de superestrutura, mesoestrutura e infraestrutura (figura 2). A superestrutura é a parte que recebe os esforços gerados pelo tráfego, transferindo-os à mesoestrutura. A mesoestrutura, por sua vez, recebe os esforços da superestrutura, passando-os para a infraestrutura, sendo responsáveis, também, por receber os esforços externos, como os gerados pelos ventos e pelas águas. Por fim, a infraestrutura é a parte que transmite os esforços recebidos da mesoestrutura para o solo.

Nas pontes em viga, as quais são usadas com mais frequência, a superestrutura é constituída pelo conjunto de lajes, vigamento longitudinal e vigamento transversal. A mesoestrutura é constituída por pilares, aparelhos de apoio e encontros. A infraestrutura, pode ser constituída por blocos, sapatas, estacas, tubulões, caixões, além de peças de ligação de seus diversos elementos entre si, e destes com a mesoestrutura. São exemplos de peças de ligação os blocos de cabeça de estacas e vigas de enrijamento.

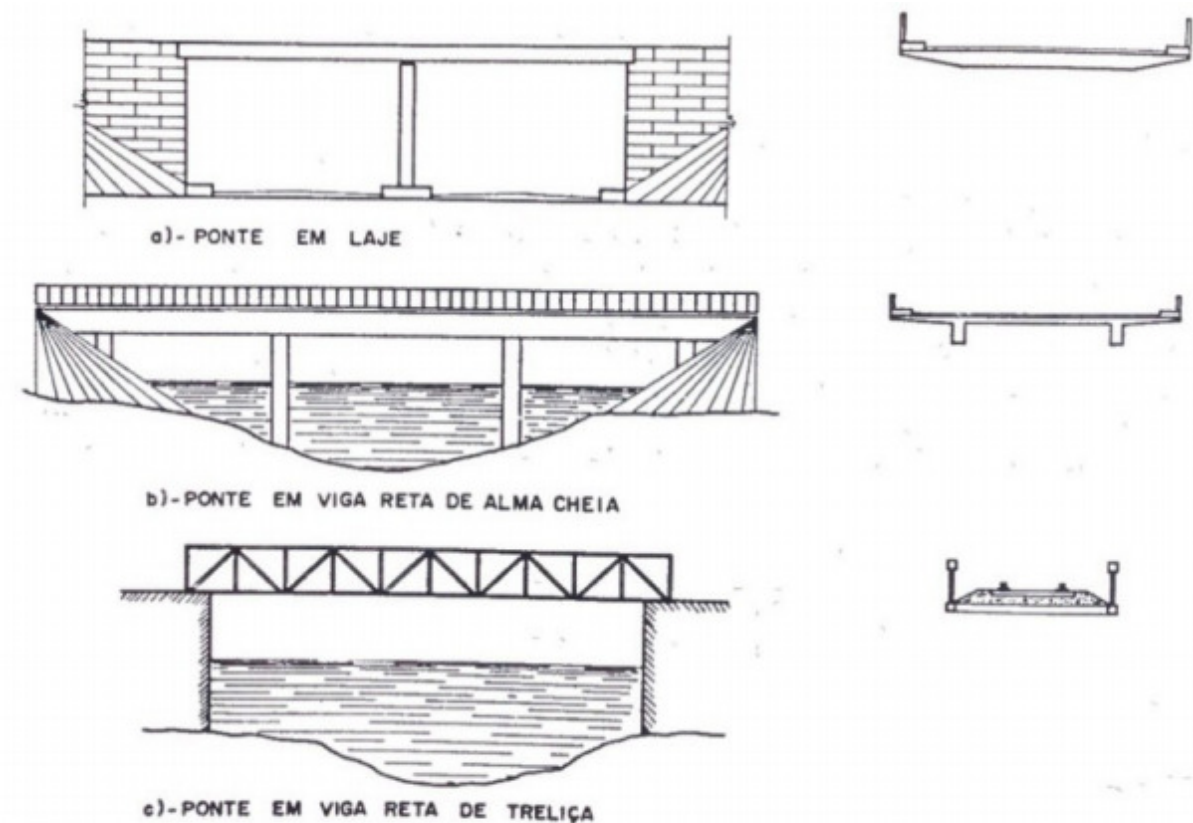
Figura 2 - Partes constituintes da estrutura de uma ponte

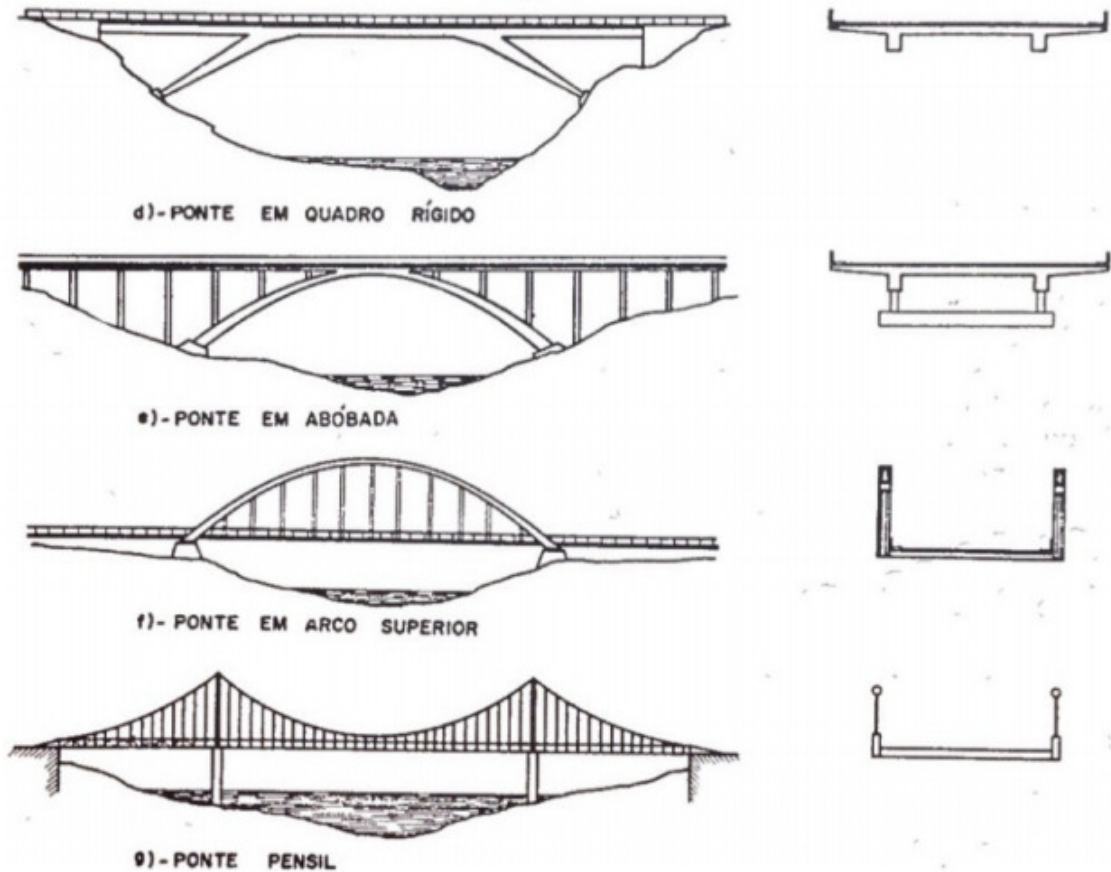


Fonte: PFEIL, 1979.

As pontes em laje são aquelas em que a superestrutura é constituída unicamente de uma laje, sendo desprovida de vigamento longitudinal e transversal, indicadas para pontes de vãos pequenos. Alguns tipos estruturais de pontes são apresentados na figura 3.

Figura 3 - Tipos estruturais de pontes





Fonte: PFEIL, 1979.

Segundo Leonhardt (1979), podem excepcionalmente vencer vãos de até 20 m em tramo único, e vãos de até 30 m em tramos contínuos com variação de inércia ao longo dos vãos. Apresentam grande simplicidade de execução tanto para formas quanto armações e no caso de pontes com cruzamento esconso ou de largura variável representam a solução ideal. Tem com desvantagem o elevado peso próprio e consumo de concreto.

As pontes em laje podem ser executadas tanto em concreto armado (com relações de esbeltez h/l da altura, para o vão da ordem de $1/15$ a $1/20$), quanto em concreto protendido, onde esta relação pode chegar a $1/30$. A seção transversal da laje pode ser maciça ou vazada, esta com a finalidade de reduzir o peso próprio.

1.2 OBJETIVOS GERAIS

O objetivo deste trabalho de conclusão de curso consiste em consolidar os conhecimentos adquiridos no curso de Engenharia Civil, na área de estruturas, especificamente no cálculo de pontes em laje.

Será acompanhado e aprendido o dimensionamento de uma ponte em laje de concreto armado, avaliada a distribuição dos esforços internos na laje e seus valores, através do método de Rüsç. Também será gerado um modelo no software SAP2000, que é utilizado para o cálculo de variadas estruturas, o que permitirá uma comparação dos resultados com o método de Rüsç, além de agregar conhecimentos sobre o funcionamento do programa e a inserção correta de dados.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

No desenvolvimento do trabalho serão definidas as características da laje, os carregamentos e todas as predefinições necessárias para um dimensionamento adequado e uma inserção de dados correta no software utilizado.

Dentre os objetivos específicos estão:

- a) Calcular e dimensionar uma ponte rodoviária de concreto armado, com tabuleiro em laje.
- b) Aprender a utilizar software comercial
- c) Comparar os resultados obtidos através dos cálculos utilizando o método de Rüsç e os resultados obtidos através do SAP2000.
- d) Funcionar como um memorial descritivo e de cálculos, para eventuais consultas.

1.4 JUSTIFICATIVA

É comum que, nos cursos de graduação, sejam abordadas as pontes em viga, por serem os conjuntos estruturais mais utilizados nas construções; os casos mais gerais.

Segundo Mason (1977), alguns tipos de pontes são considerados especiais, tais como as pontes em laje, pontes esconsas, as pontes em curva, as pontes em balanços progressivos e as pontes em arco.

Por ser um tipo menos abordado e dotado de certas particularidades, foi escolhida a ponte em laje como foco do trabalho. Além

1.5 METODOLOGIA

Para a elaboração do presente trabalho foi realizada uma revisão bibliográfica, abordando os diferentes métodos de dimensionamento de pontes, com enfoque nas pontes em laje de concreto.

Foram tomadas como base para o dimensionamento realizado, as normas brasileiras, notas de aula do Professor Carlos Antônio Taurino de Lucena, além de alguns trabalhos e dissertações.

A metodologia utilizada buscou guiar e expor todas as etapas necessárias para um dimensionamento, à flexão simples, de uma seção retangular de uma ponte em laje de concreto armado, segundo as NBR 7187:2003 e NBR 6118:2014.

A fim de fazer uma análise prática, foi definida uma seção e suas características, para analisar os efeitos de cargas móveis e dimensionar o tabuleiro da ponte-exemplo, utilizando o método de Hubert Rüsç (Alemanha) e o software de cálculo SAP2000, comparando os resultados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão abordados os conceitos básicos teóricos necessários ao desenvolvimento do trabalho.

2.1 FUNDAMENTAÇÃO DA TEORIA DE PLACAS

Nesta seção serão discutidos os conceitos básicos da Teoria clássica de Placas (Kirchoff), elementos estruturais bidimensionais ou de superfície.

Placas são estruturas sólidas limitadas por duas superfícies simétricas em relação a uma superfície média plana, em que a distância entre essas duas superfícies denominada espessura caracteriza-se por ser bem menor que as dimensões das superfícies limítrofes. É um elemento de superfície da família das lâminas planas e são conhecidas como lajes quando constituídas de material litóide.

Com relação às propriedades do material constituinte as placas recebem a seguinte classificação:

- a) Anisótropa: quando apresenta propriedades diferentes em qualquer direção.
- b) Ortótropa: quando as propriedades são diferentes em direções ortogonais.
- c) Isótropa: quando apresenta as mesmas propriedades em qualquer direção.

Já com relação à esbeltez, relação espessura-dimensão do menor lado (h/a), podem ser classificadas como:

- a) Placas muito delgadas: quando $h/a < 1/150$.
- b) Placas delgadas: quando $1/150 < h/a < 1/10$.
- c) Placas espessas: quando $h/a > 1/10$.

2.1.1 TEORIA DE KIRCHOFF

A teoria de flexão das placas delgadas de Kirchoff, tem como base as seguintes hipóteses:

I) A deflexão da superfície média é pequena em relação a espessura da placa;

II) O plano médio é admitido inextensível após a flexão;

III) Seções planas inicialmente normais a superfície média, permanecem planas e normais à superfície média deformada;

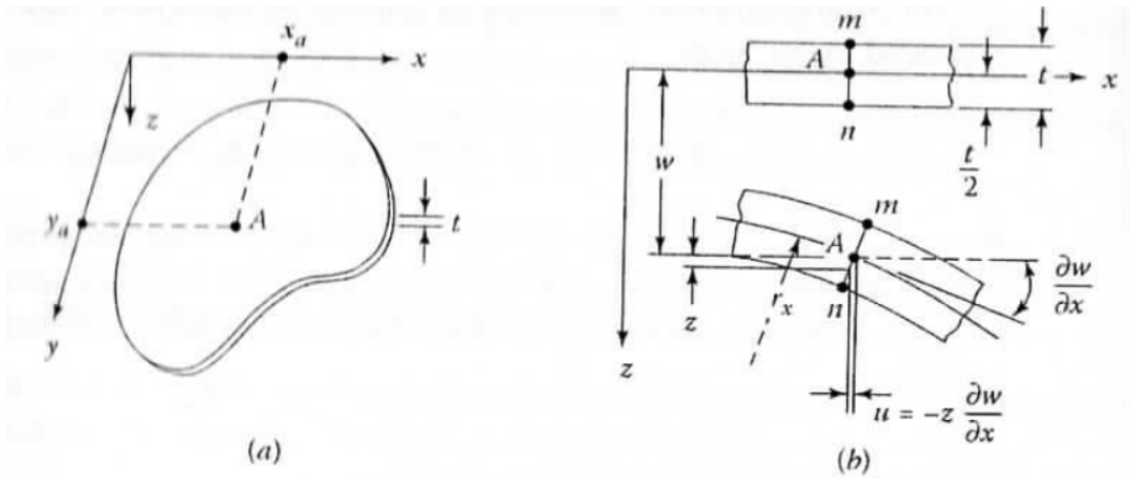
IV) A tensão normal ao plano médio, σ_z , é desprezível comparada as outras componentes de tensão;

V) A placa é constituída de material elástico linear, homogêneo e isótropo.

2.1.1.1 RELAÇÕES CURVATURA-DEFORMAÇÃO

Para uma placa descarregada, mostrada na figura 4(a), o plano xy coincide com o plano médio, todos os pontos têm coordenada z igual a zero. Quando solicitada por um carregamento perpendicular ao seu plano, a placa sofre deflexão e um ponto qualquer A (x_a , x_b) do plano médio tem deslocamento vertical w, figura 4(b).

Figura 4 - (a) Placa indeformada no plano xy; (b) Parte da placa antes e após a flexão.



Fonte: UGURAL, 2009.

A partir da teoria da elasticidade, as deformações em função dos deslocamentos podem ser escritas como:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (b)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (c)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (d)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (e)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (f)$$

(2.1)

Como consequência da hipótese III de Kirchoff, as expressões (2.1) ficam:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \quad (a) \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \quad (b) \\
 \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (c) \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (d) \\
 \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (e) \\
 \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (f)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Integrando a Eq. (2.1c), (2.1e) e (2.1f), resulta:

$$\begin{aligned}
 w &= w(x, y) \quad (a) \\
 u &= -z \frac{\partial w}{\partial x} + u_0(x, y) \quad (b) \\
 v &= -z \frac{\partial w}{\partial y} + v_0(x, y) \quad (c)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Em (2.3), u_0 e v_0 são os valores de u e v no plano médio iguais a zero pela hipótese II de Kirchoff, assim as equações (2.3b) e (2.3c) ficam:

$$\begin{aligned}
 u &= -z \frac{\partial w}{\partial x} \\
 v &= -z \frac{\partial w}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

A expressão para u , (2.4), está representada na figura 3(b).

Substituindo as equações (2.4) nas equações (2.2a), (2.2b) e (2.2d), fica:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
 \varepsilon_y &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
 \gamma_{xy} &= -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

A curvatura de uma curva plana (igual ao inverso do raio de curvatura) é definida como a taxa de mudança do ângulo de inclinação da curva com relação a distância ao longo da curva.

Por causa da hipótese I, o quadrado da inclinação pode ser considerado como desprezível, e as derivadas parciais da equação (2.5) representam as curvaturas da placa. Dessa forma as curvaturas \mathcal{K} na superfície média nos planos paralelos a xz, yz e xy, são dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned}\frac{1}{r_x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) = \mathcal{K}_x \\ \frac{1}{r_y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = \mathcal{K}_y \\ \frac{1}{r_{xy}} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = \mathcal{K}_{xy}\end{aligned}\tag{2.6}$$

Onde $\mathcal{K}_{xy} = \mathcal{K}_{yx}$

A curvatura \mathcal{K}_x e o raio de curvatura r_x da superfície média no plano xz, está indicada na figura 3(b).

A última expressão de (2.6) é também conhecida como a torção do plano médio com relação aos eixos x e y.

A partir das equações (2.5) e (2.6) podemos expressar as relações curvatura-deformação por:

$$\varepsilon_x = -z\mathcal{K}_x; \quad \varepsilon_y = -z\mathcal{K}_y; \quad \gamma_{xy} = -2z\mathcal{K}_{xy}\tag{2.7}$$

2.1.1.2 TENSÕES E RESULTANTES DE TENSÕES

No caso do estado de tensão tri-dimensional as tensões e deformações são relacionadas pela lei de Hooke generalizada, válida para um material homogêneo e isotrópico, estabelece que:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \varepsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}\end{aligned}\tag{2.8}$$

Com

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.9)$$

Sendo E o módulo de elasticidade longitudinal, ou módulo de Young, G o módulo de elasticidade transversal, ν o coeficiente de Poisson.

A substituição de $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$, nas equações (2.8) define as relações entre tensões e deformações para uma placa fina sob as hipótese de Kirchoff:

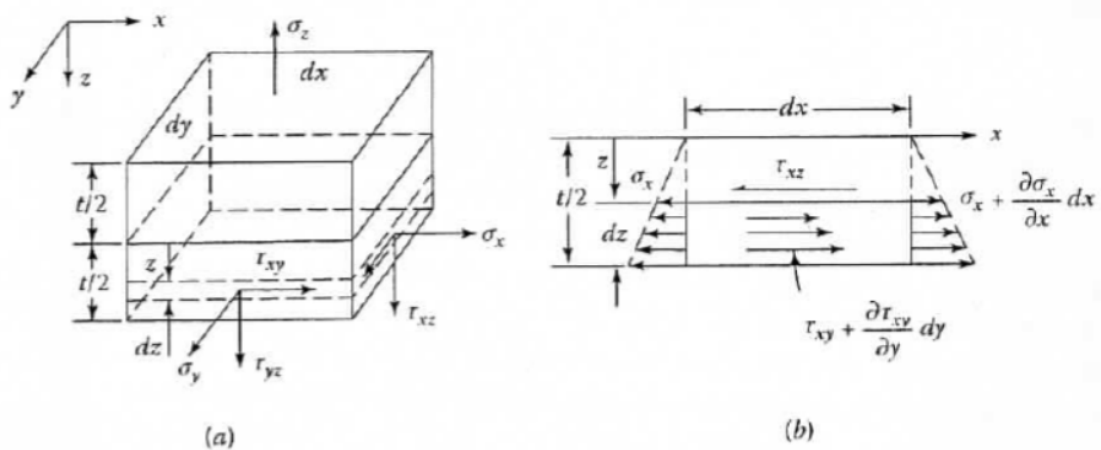
$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= G \gamma_{xy} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Introduzindo as equações (2.6) e (2.7) em (2.8), fica:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} (\kappa_x + \nu \kappa_y) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} (\kappa_y + \nu \kappa_x) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= -\frac{Ez}{1+\nu} \kappa_{xy} = -\frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.11)$$

As tensões distribuídas sobre a espessura da placa, mostradas na Figura 5, com seus sentidos positivos, provocam momentos fletores, momentos torçores e forças cortantes verticais.

Figura 5 - Tensões em um elemento diferencial de placa



Fonte: UGURAL, 2009.

As resultantes das tensões normais σ_x , σ_y e cisalhantes τ_{xy} distribuídas sobre a espessura da placa representam, respectivamente, os momentos fletores e momentos torçores (volventes), sendo seus valores por unidade de comprimento iguais a:

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = - \int_{-h/2}^{h/2} z \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (2.12)$$

Com $M_{xy} = M_{yx}$

As resultantes das tensões τ_{xz} e τ_{yz} , distribuídas sobre a espessura da placa, correspondem às forças cortantes verticais e seus valores por unidade de comprimento. São dados por:

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz \quad (2.13)$$

Substituindo as Equações (2.11) na Equação (2.12), determinam-se as seguintes expressões para os momentos fletores e momentos de torção em função das curvaturas e deflexão:

$$\begin{aligned}
M_x &= -D(\kappa_x + \nu\kappa_y) = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \\
M_y &= -D(\kappa_y + \nu\kappa_x) = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \\
M_{xy} &= -D(1-\nu)\kappa_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Sendo D a rigidez à flexão da placa:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \tag{2.15}$$

As componentes bidimensionais das tensões são determinadas substituindo as equações (2.11) nas equações (2.14) e usando a equação (2.15), resultando:

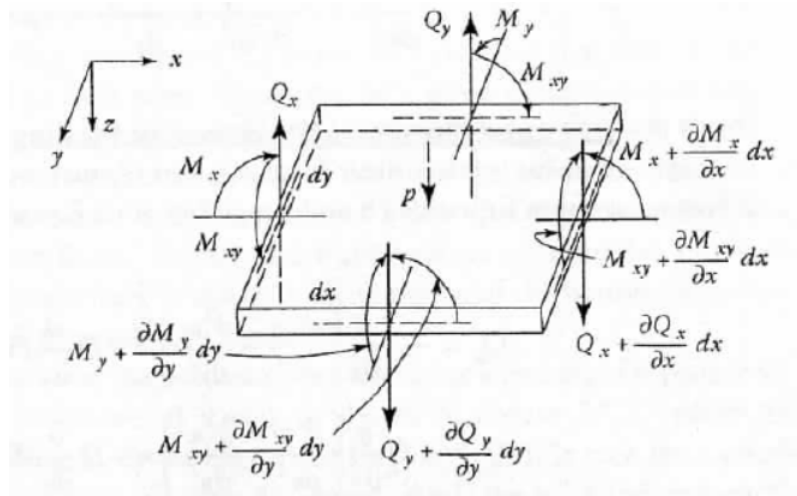
$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{12M_x z}{t^3} \\
\sigma_y &= \frac{12M_y z}{t^3} \\
\tau_{xy} &= \frac{12M_{xy} z}{t^3}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

2.1.1.3 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Em uma placa carregada, as componentes de tensão e suas correspondentes resultantes, variam de ponto a ponto; estas variações são governadas pelas condições de equilíbrio da estática.

A Figura 6, mostra um elemento infinitesimal de placa, submetido a uma carga p , uniformemente distribuída por unidade de área. Sobre cada uma das faces deste elemento, estão representadas as componentes das resultantes das tensões (forças e momentos)

Figura 6 - Carga e resultante de tensões em um elemento diferencial de placa



Fonte: UGURAL, 2009.

Do equilíbrio estático de forças na direção z, tem-se:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dx dy + p dx dy = 0 \quad (2.17)$$

Ou:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p = 0 \quad (2.18)$$

Do equilíbrio de momentos em relação ao eixo x, tem-se:

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} dx dy + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx dy - Q_y dx dy = 0 \quad (2.19)$$

De onde se tem:

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (2.20)$$

De forma análoga, o equilíbrio de momentos em relação ao eixo y leva a:

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (2.21)$$

Introduzindo Q_x e Q_y das equações (2.20) e (2.21) na equação (2.18), resulta a equação diferencial de equilíbrio para flexão de placas finas:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p \quad (2.22)$$

Expressões para forças cortantes verticais Q_x e Q_y podem ser agora escritas em função da deflexão w , a partir das Equações (2.20) e (2.21) combinadas com a equação (2.14), o que resulta:

$$\begin{aligned} Q_x &= -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ Q_y &= -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Introduzindo na equação (2.22), as primeiras expressões para M_x, M_y e M_{xy} , dadas pelas equações (2.14), chega-se à equação governante das placas em termos das curvaturas:

$$\frac{\partial^2 \kappa_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \kappa_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \kappa_y}{\partial y^2} = \frac{p}{D} \quad (2.24)$$

Introduzindo as equações (2.6) na equação (2.24), chega-se em uma equação diferencial de quarta ordem, que representa a equação governante da superfície elástica para placas finas, conhecida como equação de Lagrange.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (2.25)$$

A aplicação dos carregamentos do trem-tipo na expressão (2.25) em posições desfavoráveis resulta num trabalho muito longo. Há, entretanto, procedimentos mais recentes que viabilizam esse trabalho, fundamentados nos métodos elásticos, que já incorporam as posições mais desfavoráveis das cargas móveis. Dentre eles podem ser citados: Tabelas de Rüsçh, superfícies de influência e cálculo à ruptura. Modernamente são empregados programas de computador baseados em métodos numéricos como o método dos elementos finitos.

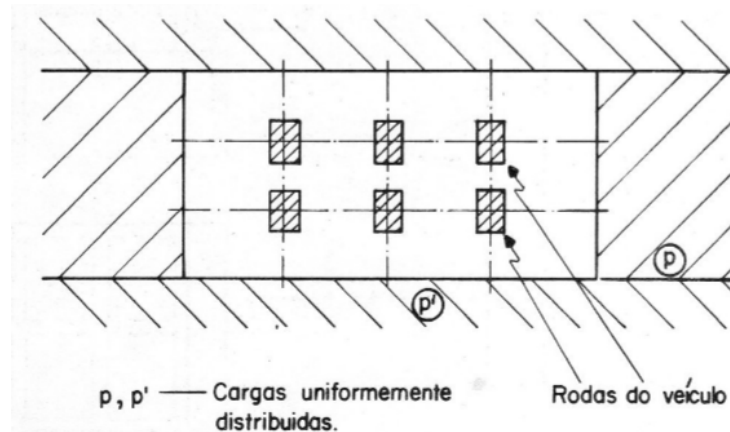
2.2 CÁLCULO DAS PONTES EM LAJE

O cálculo dos esforços nas pontes em laje, pode ser feito por métodos elásticos ou pelo método de ruptura.

Os métodos elásticos são baseados nos resultados da teoria de Kirchoff-Love, das placas, levando em conta a forma de distribuição das cargas do tráfego em retângulos ou em

superfície, como mostrado na figura 7. O método de ruptura, tem por base a teoria das charneiras plásticas, devendo-se estudar a configuração de ruptura mais desfavorável.

Figura 7 - Distribuição das cargas do tráfego

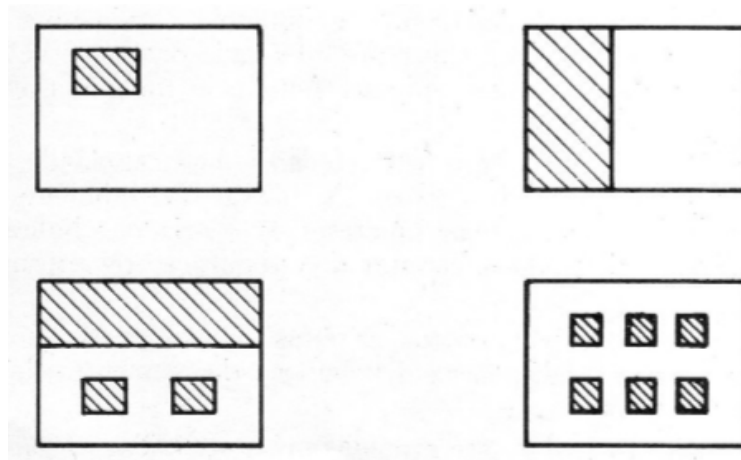


Fonte: MASON, 1977

O problema resume-se em encontrar a posição das cargas que produzem as solicitações mais desfavoráveis. Para tal pode-se recorrer a soluções disponíveis na literatura, para lajes sujeitas a cargas aplicadas em zonas retangulares (figura 8), usando a superposição de efeitos para diversas soluções.

Este cálculo é, entretanto, demorado e trabalhoso, tendo sido desenvolvidos outros procedimentos que visam facilitar uma sistematização do trabalho de encontrar a posição mais desfavorável do trem-tipo, dentre os quais pode-se citar o das superfícies de influência e o de Rüsçh.

Figura 8 - Lajes com cargas aplicadas em zonas retangulares



Fonte: MASON, 1977

2.2.1 PROCEDIMENTO DAS SUPERFÍCIES DE INFLUÊNCIA

Sendo as lajes elementos estruturais bidimensionais ou de superfície, o cálculo das solicitações nas mesmas é, nos casos usuais, feito com base na Teoria Clássica de Placas, supondo material elástico e isotrópico.

Existe na literatura, para a solução de placas elásticas, diversas tabelas tais como as de Marcus e as de Czerny usadas para o caso de carregamento distribuído. No caso das pontes, as cargas móveis das rodas dos veículos pesados atuam de forma concentrada e provocam solicitações preponderantes em relação as outras cargas. Na prática é usual o emprego de outras tabelas, sendo a mais conhecida para o cálculo das lajes de pontes a que foi desenvolvida por H. Rüschi para o trem-tipo da norma alemã DIN-1072, frequentemente empregadas no cálculo de lajes de pontes no Brasil, que adotou em suas normas de cargas rodoviárias, carregamentos com a mesma geometria das cargas de cálculo das normas alemãs.

O principal problema no cálculo das lajes de pontes é encontrar as posições da carga móvel que provocam os esforços mais desfavoráveis. Essas solicitações podem ser determinadas com auxílio das superfícies de influência que representam uma extensão do conceito de linhas de influência do espaço unidimensional para o espaço bidimensional da laje.

O procedimento das superfícies de influência é semelhante ao das linhas de influência nas estruturas de barras.

2.2.1.1 LINHAS DE INFLUÊNCIA

Para dimensionar uma estrutura é necessário calcular os esforços internos e avaliar, para cada seção, a situação mais desfavorável, ou seja, a posição e o valor da carga que irá provocar os esforços máximos e mínimos. (ALBUQUERQUE, 2010).

Tratando-se de pontes, é necessário levar em consideração o efeito das cargas móveis, já que quando se trata de cargas móveis e acidentais, a análise da estrutura é feita de maneira diferente da que está sob influência apenas de cargas permanentes. Segundo Martha (2010), isto acontece devido à variabilidade dos esforços internos gerados pelas movimentações das cargas, isto é, além da magnitude das mesmas, a posição em que se encontram também deve ser levada em consideração, já que produzem valores máximos e mínimos dos esforços internos na seção transversal da estrutura.

Assim, para determinar efeitos e esforços das cargas móveis e acidentais numa ponte, seria considerando inúmeras combinações de ações, em todas as posições possíveis e, finalmente, calcular, para todas as seções da estrutura, os esforços. Em seguida encontrar os valores extremos (máximos e mínimos) dos esforços internos dimensionantes. Fazer isto é complexo e nada prático. É neste momento que entram as linhas de influência (LI) para auxiliar nos cálculos desses esforços.

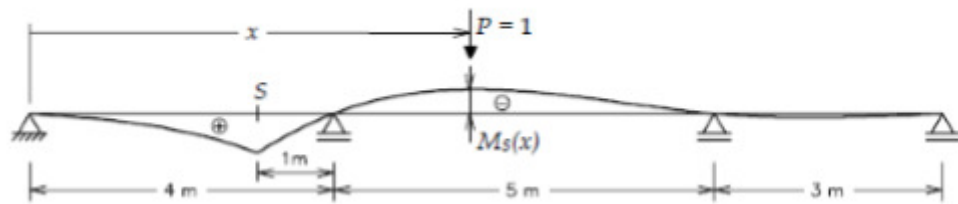
Martha (2010) define, de forma prática e simples, linhas de influência como:

“Uma linha de influência (LI) descreve a variação de um determinado efeito (por exemplo, uma reação de apoio, um esforço cortante ou um momento fletor em uma seção transversal) em função da posição de uma força vertical (orientada para baixo) e unitária que percorre a estrutura. Assim, a LI de momento fletor em uma seção transversal é a representação gráfica ou analítica do momento fletor, na seção de estudo, produzida por uma força concentrada unitária que passeia sobre a estrutura.”

Ou seja, a partir da construção da linha de influência de um elemento é possível determinar o momento fletor, reação de apoio, força cortante em uma seção específica, sendo interessante considerar os locais em que a carga gera os valores máximos e mínimos, já que, conseqüentemente, estes influenciam diretamente no cálculo dos esforços.

A figura 9 representa a LI de momento fletor em determinada seção S, de uma viga contínua. A ordenada $M_s(x)$ ou $LIM_s(x)$, representa o momento fletor na seção S produzida por uma carga unitária que se encontra na posição x.

Figura 9 - Linha de influência de momento fletor em uma viga contínua



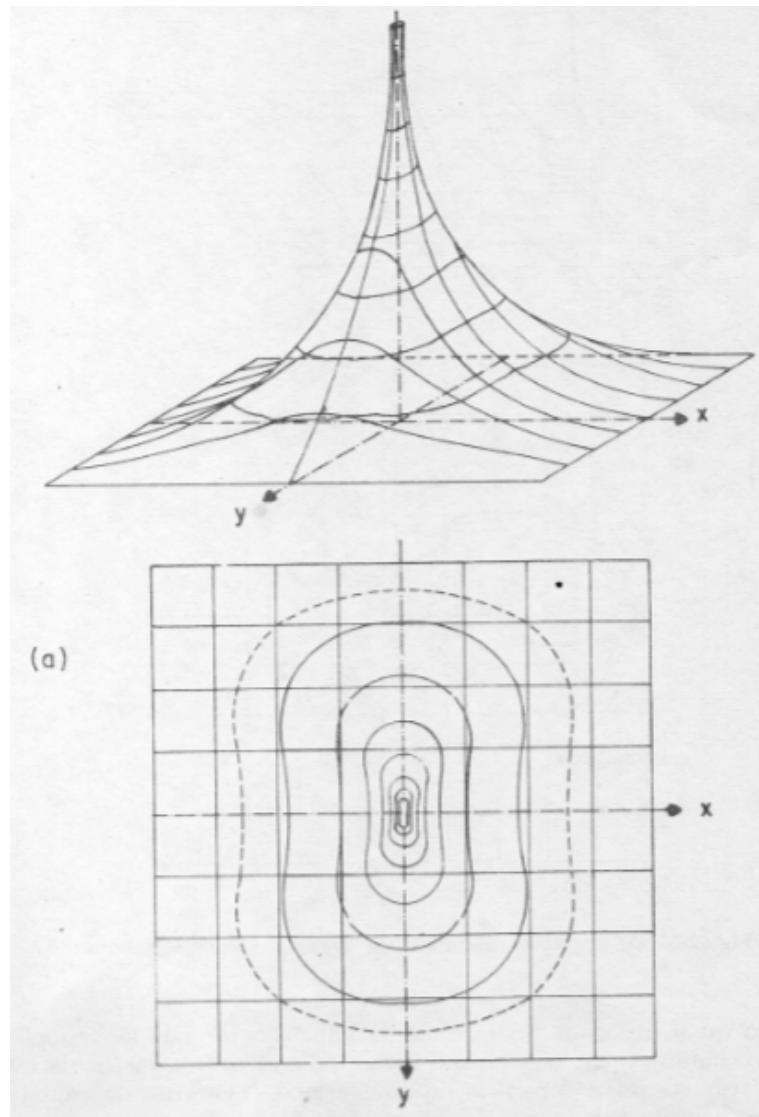
Fonte: MARTHA, 2010

As lajes de pontes são consideradas elementos de superfície, ou seja, bidimensionais. Então, trabalhando com este tipo de elemento, o conceito de superfícies de influência surge. As estruturas consideradas bidimensionais possuem componentes de carga atuando transversalmente à sua superfície.

2.2.1.2 SUPERFÍCIES DE INFLUÊNCIA

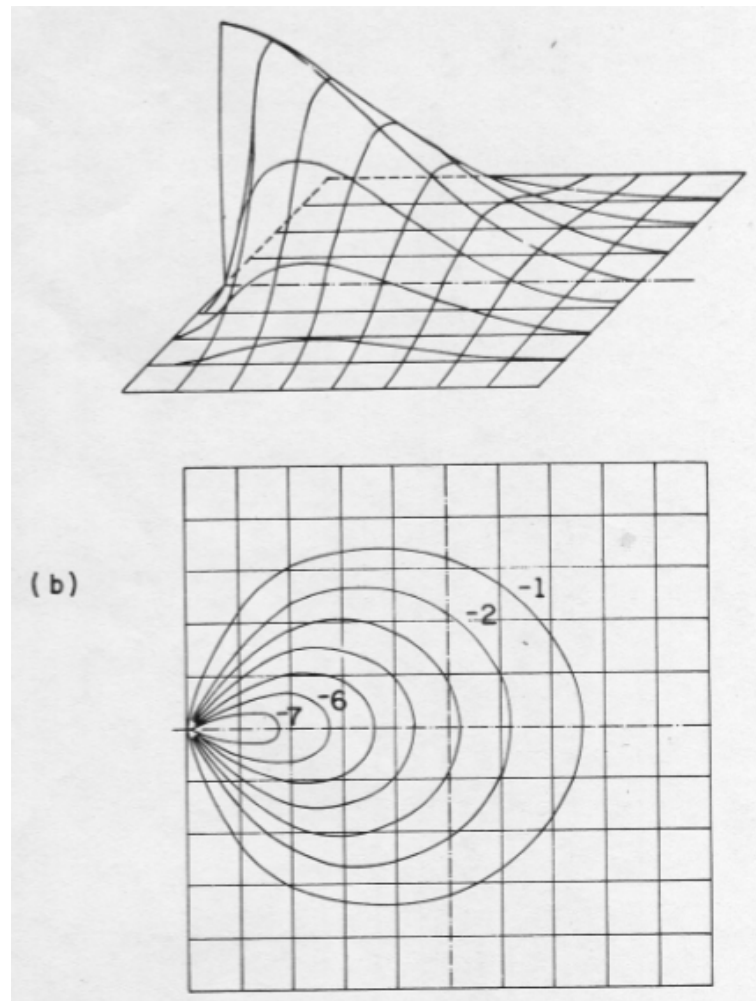
A superfície de influência de um efeito elástico E (momento fletor, força cortante etc.) em um certo ponto S da laje representa o valor deste efeito, naquele ponto S , provocado por uma carga concentrada unitária atuante em outro ponto A qualquer da laje. A figura 10 ilustra o aspecto da superfície de influência de um momento M_{xm} no centro de uma laje retangular, simplesmente apoiada no contorno. A figura 11 ilustra o aspecto da superfície de influência do momento de engastamento perfeito M_{xe} no meio do lado de uma laje engastada nos quatro lados.

Figura 10 - Superfície de influência de M_{xm} (a) Perspectiva (b) Vista superior



Fonte: MASON, 1977

Figura 11 - Superfície de influência do momento de engastamento M_{xe} (a) Perspectiva (b) Vista superior



Fonte: MASON, 1977

Diversos trabalhos teóricos foram desenvolvidos por A. Pucher, para o cálculo de superfícies de influência, os quais foram reunidos, posteriormente, em livro de gráficos muito empregado pelos projetistas.

Nota-se que os gráficos das figuras 9 e 10 são representados por curvas de nível e que no local onde se busca o efeito considerado, as ordenadas da superfície de influência, acima do plano de referência usado, crescem indefinidamente. Isto é uma consequência da solução obtida pela teoria elástica das placas, que apresenta divergência no ponto de aplicação de cargas concentradas, que constituem locais de singularidade das soluções. Para melhor descrever o comportamento da superfície de influência nas imediações das singularidades, Pucher empregou uma expressão resolvente para o deslocamento da placa do tipo:

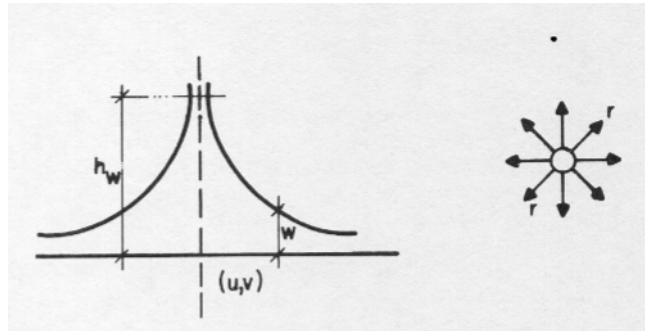
$$w(u, v, x, y) = w_0(u, v, x, y) + w_1(u, v, x, y) \quad (2.26)$$

Sendo u, v as coordenadas do ponto no qual é procurado o efeito (momento, força cortante) e x, y as coordenadas dos pontos correntes da placa, onde se aplicam os carregamentos. A parcela $w_o(u, v, x, y)$, constitui a parte singular da solução, tendo sido para ela adotada a expressão

$$w_o = \frac{1}{D.8\pi} r^2 \ln r \quad (2.27)$$

Onde D é a rigidez da placa obtida da solução da placa circular, sujeita a uma carga concentrada no centro, e r representa a distância a partir do ponto (u, v) (figura 12).

Figura 12 - Plano da superfície de influência de uma placa circular, devido a uma carga concentrada no centro



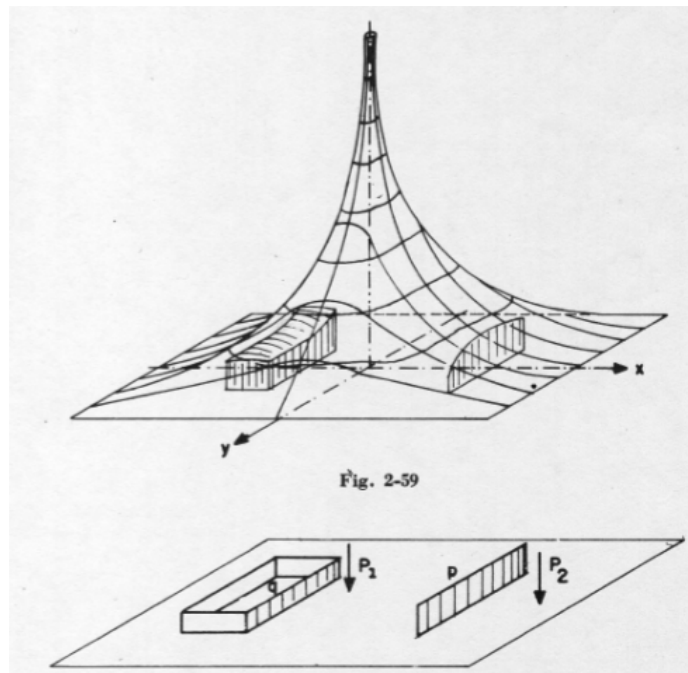
Fonte: MASON, 1977

A parcela $w_1(u, v, x, y)$ representa a parte regular da solução, destinada a atender às demais condições do problema.

Com o artifício acima, tornou-se viável o uso prático das superfícies de influência, podendo-se desprezar a contribuição da parte da superfície acima de uma certa cota h_w , figura 11, nas regiões próximas da singularidade.

Devido ao caráter bidimensional da superfície de influência, pode haver necessidade de calcular áreas ou volumes interceptados pelas linhas ou áreas de aplicação das cargas (figura 13).

Figura 13 - Tipos de carregamento numa superfície de influência de laje



Fonte: MASON, 1977

Pode-se ter na laje cargas concentradas (P), cargas distribuídas em linha (p) e cargas distribuídas em áreas (q). O esforço E , numa determinada seção será obtido pela expressão:

$$E = \sum V_i q_i + \sum A_i p_i + \sum \delta_i P_i \quad (2.28)$$

Onde V_i e A_i são, respectivamente, os volumes e as áreas determinadas na superfície de influência pela projeção no plano da laje das áreas ou linhas de atuação das forças e δ_i são as ordenadas dos pontos de atuação das cargas concentradas. Este processo é muito usado quando a geometria do veículo é bem diferente daquela que se observa nas normas alemãs e brasileiras.

2.2.2 TABELAS DE RÜSCH

O cálculo das solicitações nas lajes usando as superfícies de influência é um procedimento, de certa forma, simples e geral. Porém sua aplicação envolve um extenso trabalho numérico de cálculo, já que, para uma mesma laje, deve-se pesquisar as solicitações mais desfavoráveis em vários pontos para dimensioná-la de maneira conveniente.

Sabendo que as cargas devidas ao tráfego dos veículos são fixadas por normas, é possível, através de trabalho sistemático, a partir das superfícies de influência, obter e tabular resultados numéricos para os tipos de lajes mais frequentemente empregadas nos tabuleiros.

Um dos trabalhos mais conhecidos deste gênero foi realizado por Rüsck e seus colaboradores. No caso das lajes de pontes, Rüsck transformou as superfícies de influência em tabelas muito práticas, tendo como base o trem tipo da norma alemã DIN-1072. Com as tabelas de Rüsck (figura 14) é possível a determinação das solicitações nas lajes que apresentam condições de contorno do tipo livres, apoiados e engastados.

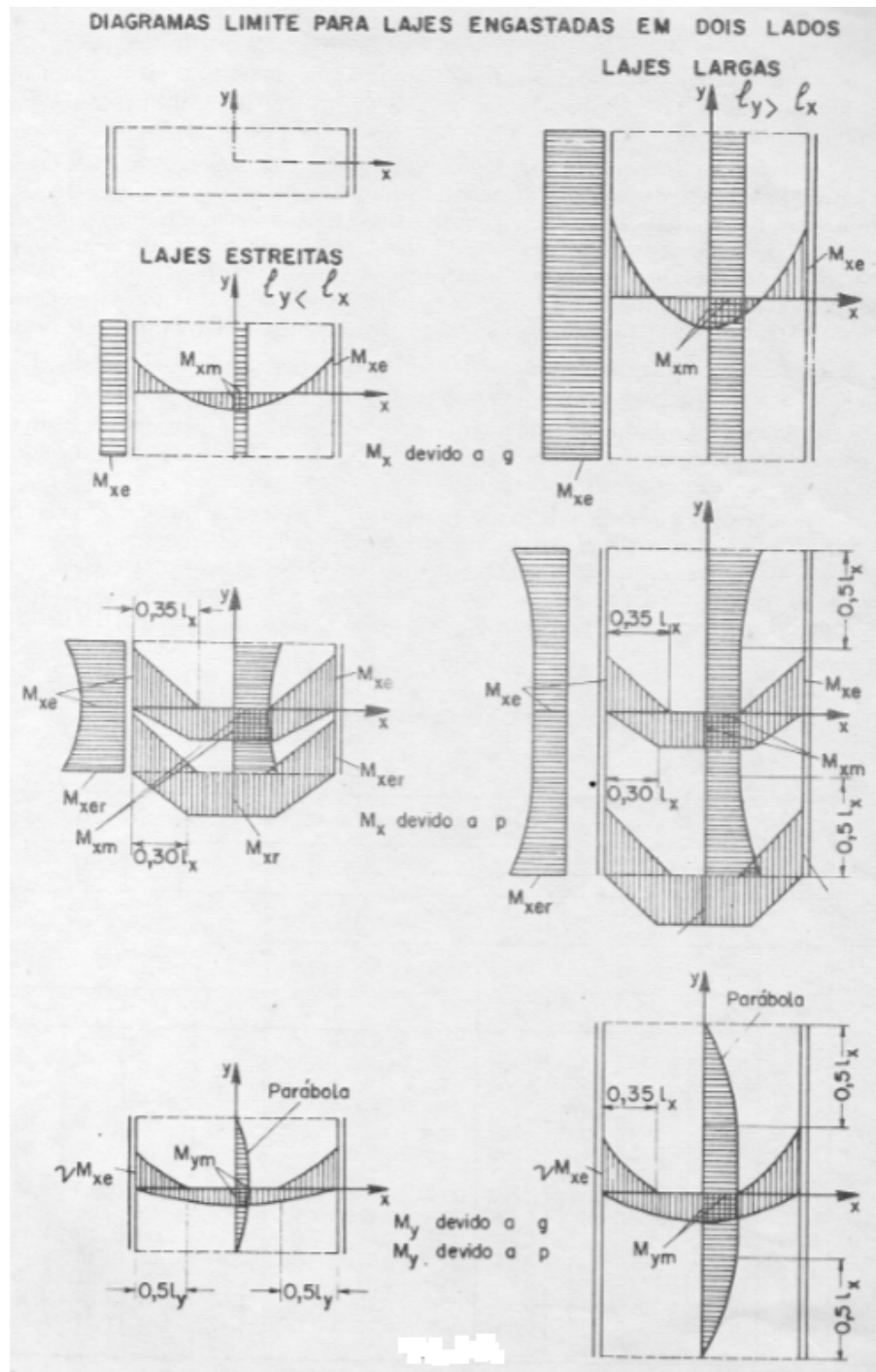
Figura 14 - Trecho das tabelas de Rüsck

Nr. 11		$l_y / l_x = 1,00$	Fahrtrichtung \leftarrow	Gleichlast über die ganze Platte $M = k \cdot g \cdot l_x^2$																										
				Für M_{xm} $k = 0,125$	Für M_{ym} $k = 0,0157$	Für M_{xr} $k = 0,125$																								
g oder p in t/m^2 ; l_x in m																														
Brückenklasse 24t bis 60t				Raddruck des SLW von 1,0t				Gleichlast um SLW von 1 t/m ²																						
l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte				M_{ym} in Plattenmitte				M_{xr} in Mitte des freien Randes				M_{xm} M_{ym} M_{xr}																	
	t/a				t/a				t/a				für alle Werte t/a																	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	p	p'	p	p'	p	p'												
	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L																		
0,50	0,260	0,248	0,158	0,120	0,125	0,075	0,065	0,061	0,50	0,377	0,190	0,110	—	0,08	—	—	—	—												
1,00	420	380	220	192	171	125	085	078	67	60	470	440	—	17	—	—	—	—												
1,50	56	52	460	398	245	197	130	091	1,00	80	72	70	—	0,33	—	—	—	0,10												
2,00	80	74	66	55	324	293	191	146	1,32	1,12	1,02	93	—	0,76	—	—	—	20												
2,50	95	90	82	77	390	352	270	201	1,56	1,38	1,26	1,14	—	1,23	—	0,08	—	66												
3,00	1,06	1,02	95	89	446	411	336	283	1,76	1,60	1,46	1,34	0,05	2,40	0,02	1,5	0,06	1,05												
4,00	1,24	1,20	1,14	1,09	0,55	0,51	0,454	0,418	2,14	2,00	1,83	1,72	2,5	5,00	0,6	3,2	2,6	3,34												
5,00	1,38	1,34	1,28	1,24	63	60	55	52	2,46	2,33	2,15	2,04	6,1	8,60	2,0	7,0	8,1	6,40												
6,00	1,48	1,44	1,39	1,35	70	68	63	60	2,72	2,60	2,42	2,30	1,10	13,40	4,2	1,30	1,64	10,42												
7,00	1,56	1,52	1,48	1,44	77	73	69	66	2,93	2,81	2,65	2,52	1,66	19,10	6,8	2,10	2,54	15,30												
8,00	1,63	1,59	1,54	1,50	83	79	74	70	3,18	2,99	2,83	2,69	2,30	25,85	1,00	3,19	3,49	21,60												
9,00	1,68	1,64	1,58	1,54	88	84	77	73	3,27	3,10	2,96	2,80	2,96	33,90	1,36	4,40	4,59	28,60												
10,00	1,70	1,68	1,61	1,57	0,93	0,87	0,80	0,75	3,38	3,21	3,06	2,87	3,67	43,30	1,75	5,80	5,82	36,85												
Brückenklasse 3t bis 16t				Hinterraddruck des LKW von 1,0t				Gleichlast um LKW von 1 t/m ²																						
l_x / a	M_{xm} in Plattenmitte				M_{ym} in Plattenmitte				M_{xr} in Mitte des freien Randes				M_{xm} M_{ym} M_{xr}																	
	t/a				t/a				t/a				für alle Werte t/a																	
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	p	p'	p	p'	p	p'												
	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'	L	L'												
0,50	0,190	0,190	0,176	0,180	0,130	0,149	0,104	0,128	0,118	0,024	0,075	0,023	0,039	0,020	0,036	0,016	0,46	0,100	0,350	0,100	0,190	0,100	0,110	0,100						
1,00	275	163	260	157	326	052	275	045	164	020	117	020	085	007	078	006	66	030	55	030	40	030	245	040						
1,50	390	160	358	154	380	050	314	036	204	020	151	020	113	007	091	005	80	050	66	050	53	050	350	060						
2,00	487	180	450	173	418	146	350	120	232	023	181	022	131	018	096	016	92	140	75	140	63	140	470	160	0,10	0,08	0,04	0,01	0,10	0,04
2,50	56	240	52	236	470	233	400	209	271	030	205	029	155	029	103	039	1,03	230	85	230	73	230	59	244	15	10	05	02	17	09
3,00	61	346	56	346	51	332	452	310	301	052	227	051	172	052	122	063	1,12	310	96	310	81	310	71	320	30	90	10	12	40	60
4,00	0,70	0,51	0,64	0,51	0,59	0,494	0,55	0,463	0,351	0,095	0,269	0,094	0,207	0,096	0,160	0,107	1,29	0,450	1,15	0,450	0,98	0,450	0,89	0,455	0,60	2,80	0,22	0,34	0,70	2,10
5,00	76	61	70	61	66	60	61	57	390	127	309	127	240	130	193	141	1,44	57	1,31	57	1,13	57	1,03	57	0,92	4,97	34	72	1,20	4,24
6,00	81	68	75	68	71	66	67	64	424	157	342	157	284	159	228	170	1,57	67	1,45	67	1,27	67	1,14	67	1,60	7,80	55	94	1,80	7,40
7,00	85	73	80	73	75	71	71	70	454	182	375	182	309	184	260	195	1,68	77	1,56	77	1,39	77	1,23	77	2,10	11,20	76	1,30	2,40	11,60
8,00	89	76	84	76	79	75	75	73	481	205	407	205	344	207	291	215	1,77	85	1,65	85	1,49	85	1,31	85	2,60	15,70	1,02	2,56	3,20	17,00
9,00	91	78	87	78	82	77	77	75	51	226	436	226	384	227	319	232	1,83	93	1,71	93	1,56	93	1,37	92	3,20	22,00	1,34	3,72	4,20	24,00
10,00	0,93	0,79	0,90	0,79	0,84	0,78	0,79	0,75	0,53	0,247	0,463	0,247	0,409	0,244	0,342	0,244	1,87	1,00	1,75	1,00	1,62	1,00	1,42	1,00	3,69	38,10	1,75	6,46	5,12	32,60

Fonte: RÜSCH, 1965

São apresentados, também, diagramas de cobertura de momentos fletores em toda a superfície da laje, a partir de valores máximos calculados no centro e nos bordos (figura 15).

Figura 15 - Diagramas de cobertura de momentos fletores



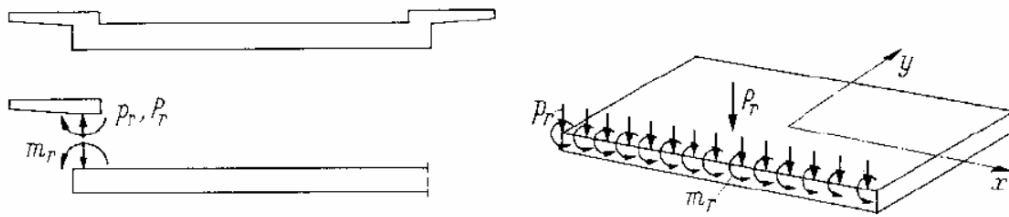
Fonte: MASON, 1977

Para permitir o emprego das tabelas de Rüsç no cálculo das lajes de pontes no Brasil, as normas brasileiras de cargas adotaram veículos com dimensões e distribuição de carga nas rodas e em volta dele, iguais aos usados pela norma alemã.

Para uso das tabelas, deve-se inicialmente definir as condições de apoio e a relação entre os lados da placa, assim como a direção do tráfego.

O mecanismo das tabelas permite incluir indicações sobre a influência de uma carga linear nos bordos não apoiados de placas com dois apoios, seja por intermédio de um esforço cortante, ou de um momento aí aplicado (figura 16). Estas indicações foram tiradas diretamente das superfícies de estado citadas por Olsen Reinitzhuber, respectivamente determinados de acordo com o método aproximado aí indicado.

Figura 16 - Carga e momento linear aplicados no bordo livre da placa



Fonte: RÜSCH, 1965

O cálculo da influência da carga permanente, bem como a influência de uma carga móvel uniformemente distribuída, se for o caso, existente, é feito com a seguinte expressão:

$$M_g = k \cdot g \cdot l_x^2 \quad (2.29)$$

Onde:

g é a carga permanente uniformemente distribuída;

l_x é o vão da laje na direção x ;

k é um coeficiente tirado do topo da tabela função da relação entre os lados da placa $\frac{l_y}{l_x}$

De acordo com as tabelas de Rüsç, os momentos fletores de carga móvel, são determinados usando a expressão:

$$M_p = \varphi \cdot P \cdot M_L + \varphi \cdot p \cdot M_p + \varphi \cdot p' \cdot M_p' \quad (2.30)$$

Onde,

P é a carga por roda do veículo-tipo;

p é a carga móvel distribuída na frente e atrás do veículo-tipo;

p' é a carga móvel distribuída nas laterais do veículo-tipo.

$\varphi = CIV \cdot CNF \cdot CIA$ é o coeficiente de impacto.

CIV é o coeficiente de impacto vertical

CNF é o coeficiente de número de faixas

CIA é o coeficiente de impacto adicional

$M_L, M_p, e M_p$, são coeficientes extraídos das tabelas de Rüsç, função dos parâmetros

$$\frac{l_y}{l_x} e \frac{t}{a}$$

Sendo:

l_x é o vão da laje na direção x ;

l_y é o vão da laje na direção y ;

a é a distância entre os eixos de roda;

t é a largura da superfície de distribuição da carga de roda obtida por um alongamento da área de contato da roda segundo 45° até o plano médio da laje. As superfícies de contato retangulares constantes da norma para as rodas dos diversos veículos, podem ser substituídas por superfícies de contato de área quadrada equivalente.

2.2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A partir das limitações encontradas nos cálculos utilizando as tabelas de Rüsç, surge a necessidade de métodos mais elaborados e fiéis ao comportamento real da estrutura que se deseja calcular. Sendo um deles, o Método dos Elementos finitos.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em discretizar os tabuleiros de pontes por elementos de barras, com os mesmos graus de liberdade das grelhas, e elementos de placa e chapa. O MEF mostra-se como a ferramenta mais versátil de cálculo para se modelar estruturas. É o método utilizado na análise estrutural executada pelo software SAP2000.

3 ANÁLISE DA PONTE

Neste capítulo será estudado uma ponte rodoviária de concreto armado, com tabuleiro em laje. Os esforços internos de interesse no dimensionamento, serão determinados usando as tabelas de Rusch e também usando o software comercial SAP 2000.

3.1 DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

Foi escolhida para análise uma ponte rodoviária de classe 45, em rodovia de pista simples de Classe IV, constituída de um vão com comprimento total de 11,00 m e largura de 9,80 m. Conforme estabelecido no item 2.2.3 – Geometria de detalhes, do manual de Projeto de Obras de Arte Especiais do DNIT, a largura total corresponde duas faixas de rolamento, com 3,0 m cada, dois acostamentos de 1,50 m e duas barreiras New-Jersey.

A seção transversal do tabuleiro é constituída de uma laje com espessura constante de 60 cm. O tabuleiro apoia-se nas extremidades por meio de encontros em muros de concreto ciclópico, com dimensões pré-dimensionadas em função do vão e classe da ponte. As figuras 17, 18 e 19, mostram as plantas de forma da ponte.

Figura 17 - Seção transversal do tabuleiro

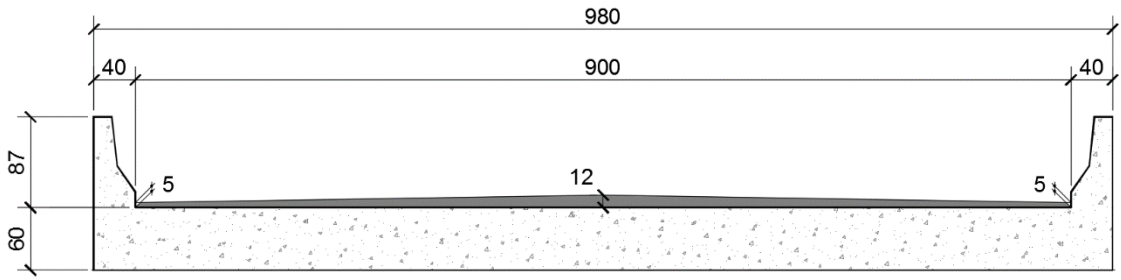


Figura 18 - Planta baixa do tabuleiro

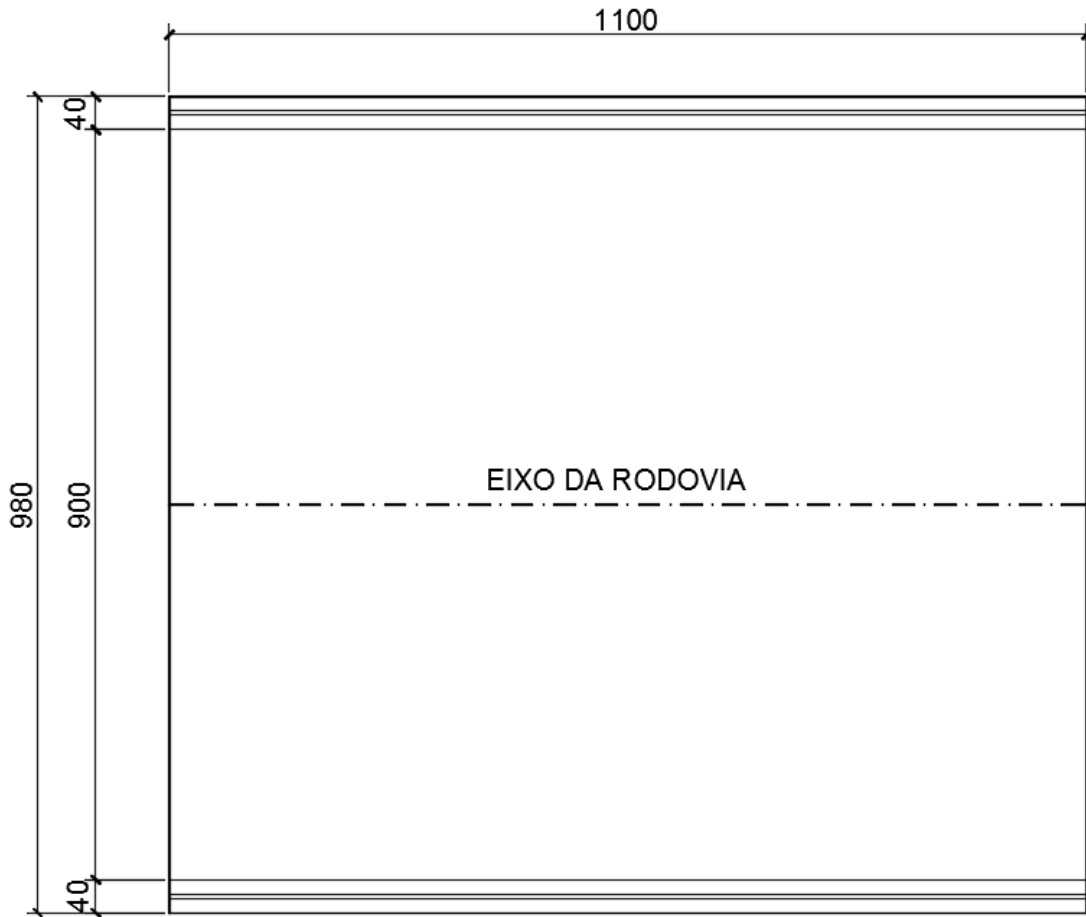
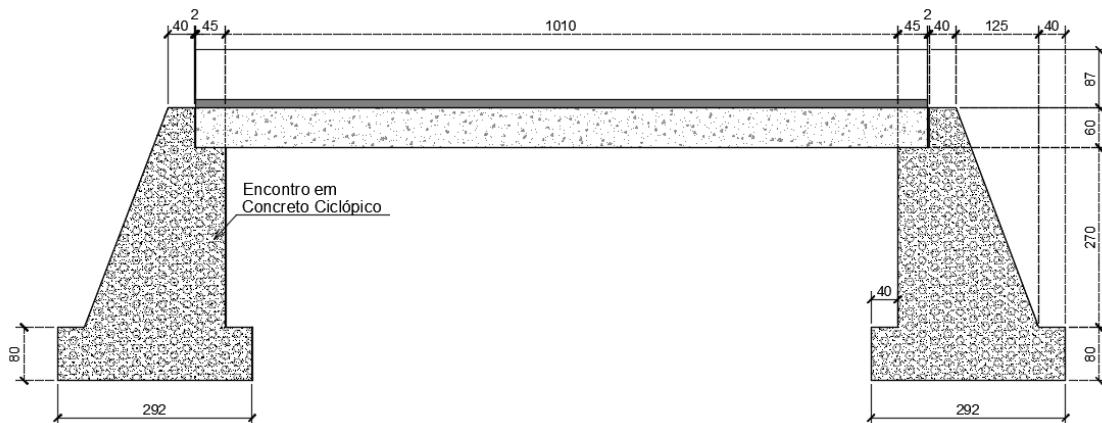


Figura 19 - Seção longitudinal do tabuleiro



3.2 AÇÕES NAS PONTES

Nesta seção serão descritas as ações que devem ser levadas em consideração no projeto de uma ponte. Segundo Pfeil (1979), podem ser classificadas nos seguintes tipos: solicitações provocadas por cargas permanentes, solicitações provocadas pelas cargas de utilização, solicitações provocadas pelos elementos naturais e solicitações produzidas por deformações internas.

3.2.1 SOLICITAÇÕES PROVOCADAS POR CARGAS PERMANENTES

As devidas ao peso próprio dos elementos estruturais, e de outros materiais colocados sobre a ponte, conhecidas como sobrecargas permanentes, tais como revestimentos, barreiras, guarda-rodas, guarda-corpos, dispositivos de sinalização, lastros, trilhos, dormentes, etc.).

3.2.2 SOLICITAÇÕES PROVOCADAS PELAS CARGAS DE UTILIZAÇÃO

As verticais são as devidas ao peso dos veículos e pessoas (cargas úteis). O movimento dos veículos e as irregularidades das pistas causam acréscimos nos pesos atuantes; esses acréscimos são denominados efeitos de impacto vertical. As horizontais longitudinais são devidas aos efeitos de frenagem e aceleração. Nas obras em curva, surgem os esforços horizontais transversais devidos à força centrífuga.

3.2.3 SOLICITAÇÕES PROVOCADAS PELOS ELEMENTOS NATURAIS

São incluídas aquelas decorrentes da ação do vento, empuxo de terra, pressão da água nos pilares e o deslocamento de fundações provocados por deformação no solo.

3.2.4 SOLICITAÇÕES PRODUZIDAS POR DEFORMAÇÕES INTERNAS

Conhecidas como solicitações parasitárias, tem origem nas deformações internas dos materiais estruturais, produzidas por variação de temperatura, retração ou fluência do concreto.

3.3 AÇÕES VERTICAIS A CONSIDERAR NA SUPERESTRUTURA

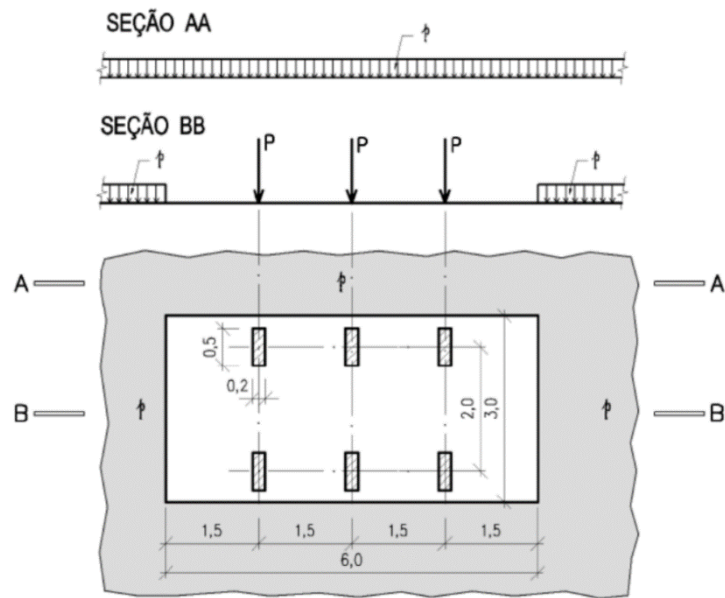
3.3.1 CARGAS PERMANENTES

No cálculo do tabuleiro da ponte-objeto do trabalho, a carga permanente é constituída do peso próprio da laje, sobrecarga permanente de pavimentação e sobrecarga uniformemente distribuída de recapeamento (item 7.1.2 da NBR 7188/2003) e carga linear concentrada nos bordos livres da laje devido ao peso das barreiras New-Jersey.

3.3.2 CARGAS MÓVEIS

De acordo com a NBR 7188:2013, a carga rodoviária padrão é definida por um veículo tipo de 450 KN, com seis rodas, $P=75$ KN, três eixos de carga afastados entre si em 1,5 m, com área de ocupação de 18 m², circundada por uma carga uniformemente distribuída constante $p = 5$ KN/m², conforme mostra a figura 20.

Figura 20 – Disposição de cargas estáticas de norma



Fonte: NBR 7188:2013

3.4 IMPACTO

Diferentemente das estruturas usuais, nas quais a aplicação das cargas acontece de maneira gradual, com suas intensidades crescendo de zero até um valor máximo, nas pontes as cargas verticais móveis reais, são aplicadas de forma brusca devendo o efeito destas cargas ser analisado pela teoria da Dinâmica das Estruturas.

Porém, devido à complexidade desta análise, na prática, as cargas móveis são assimiladas as cargas estáticas multiplicando-se as mesmas por um coeficiente $\varphi \geq 1$, denominado coeficiente de impacto, ou coeficiente de amplificação dinâmica. Assim o impacto vertical é o acréscimo das cargas dos veículos provocado pelo movimento das mesmas cargas sobre a ponte.

Além do efeito dinâmico do deslocamento das cargas, as irregularidades no pavimento, constituem uma outra causa de impacto, de efeito aleatório, sendo seus efeitos determinados de forma experimental.

De acordo com a NBR-7187/87 (antiga NB-2) para o coeficiente de impacto para elementos estruturais de obras rodoviárias é dado por:

$$\varphi = 1,4 - 0,007 \times L \geq 1$$

Sendo: L (em metros) o vão teórico do elemento estrutural que está sendo calculado qualquer que seja o sistema estrutural.

Para vãos desiguais, onde o menor vão seja igual ou superior a 70% do maior, usa-se um coeficiente de impacto único, calculado com o vão médio.

No caso de vigas em balanço L é tomado igual a duas vezes o seu comprimento.

Não se considera o coeficiente de impacto nos seguintes casos:

- a) Na determinação do empuxo de terra provocado pelas cargas móveis.
- b) No cálculo de fundações.
- c) Nos passeios das pontes rodoviárias.

De acordo com a NBR-7188:2013, os valores característicos da carga estática concentrada P , e da carga p uniformemente distribuída aplicadas ao nível do pavimento, devem ser multiplicadas pelo coeficiente de impacto vertical (CIV), do número de faixas (CNF) e de impacto adicional (CIA), o que resulta nas cargas Q e q majoradas, usadas no dimensionamento dos elementos estruturais.

$$Q = P * CIV * CNF * CIA$$

$$q = p * CIV * CNF * CIA$$

$CIV = 1,35$ para estruturas com vão menor que 10,0 m;

$$CIV = 1 + 1,06 * \left(\frac{20}{Liv + 50} \right) \text{ para estruturas com vão entre 10,0 m e 200 m;}$$

onde

Liv é o vão em metros para o cálculo de CIV, conforme o tipo de estrutura,

sendo;

Liv usado para estrutura de vão isostático. Liv : média aritmética dos vãos no caso de vãos contínuos;

Liv é o comprimento do próprio balanço para estruturas em balanço;

L é o vão, expresso em metros.

Para estruturas com vãos acima de 200,0 m, deve ser realizado estudo específico para a consideração da amplificação dinâmica e definição do coeficiente de impacto vertical.

4 CÁLCULOS E RESULTADOS

Neste capítulo serão desenvolvidos os cálculos do tabuleiro através das tabelas de Rüsç e do software SAP2000.

4.1 ANÁLISE ATRAVÉS DAS TABELAS DE RÜSCH

Os esforços internos na laje, serão determinados usando as tabelas de Rüsç tanto para carga permanente como para carga móvel.

4.1.1 CARGAS PERMANENTES

a) Peso próprio da Laje

O peso específico do concreto armado é igual a $2,5 \text{ tf/m}^3$, e para o concreto simples e pavimentação $2,4 \text{ tf/m}^3$.

A laje tem espessura constante igual a 60cm, logo:

$$g_{pp} = 0,60 \times 2,5 = 1,5 \text{ tf / m}^2$$

b) Pavimentação

Foi considerada a espessura média de 9,5 cm e peso específico de $\gamma = 2,4 \text{ tf / m}^3$.

$$g_{pav} = 0,095 \times 2,4 = 0,228 \text{ tf / m}^2$$

c) Recapeamento

Considerado, $0,200 \text{ tf / m}^2$ para prever um eventual recapeamento (item 7.1.2 da NBR 7187/2003).

d) Barreira New-Jersey

Carga padrão distribuída linearmente nos bordos da laje

$$g_{bar} = 0,580 \text{ tf / m}$$

e) Total

Assim a carga permanente total é a soma de todas: $g = 1,928 \text{ tf / m}^2$

4.1.2 MOMENTOS FLETORES DEVIDOS À CARGA PERMANENTE

Calculando a relação $\frac{l_y}{l_x} = 0,89$, podemos escolher a tabela que mais se adeque ao caso.

Como o valor da relação l_y/l_x ficou entre duas tabelas de Rüsç, foram considerados os valores de duas, sendo feita uma interpolação dos valores, a fim de tornar os cálculos mais aproximados da realidade e mais precisos.

Assim são apresentados os momentos obtidos com as tabelas Nr. 11 e Nr. 12 de Rüsç:

$$M_{xm} = 0,125 \times 1,928 \times 11^2 = 29,161 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{ym} = 0,0144 \times 1,928 \times 11^2 = 3,359 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{xr} = 0,125 \times 1,928 \times 11^2 = 29,161 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

Para a carga $g_{bar} = 0,580 \text{ tf} / \text{m}$ os momentos são obtidos com a tabela Nr. 103:

$$M_{xm} = 2 \times 0,132 \times 11 \times 0,58 = 1,684 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{ym} = 2(-0,04 \times 11 \times 0,58) = -0,510 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{xr} = (0,256 + 0,067) \times 11 \times 0,58 = 2,061 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

Os momentos fletores finais devidos a carga permanente são:

$$M_{xm} = 30,845 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{ym} = 2,849 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{xr} = 31,222 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

4.1.3 MOMENTOS FLETORES DEVIDOS ÀS CARGAS MÓVEIS

Os valores dos momentos devidos a carga móvel são obtidos usando as tabelas Nr. 12 e Nr. 13 de Rusch considerando a carga rodoviária padrão TB 450, de acordo com a NBR 7188:2013. Foram obtidos os seguintes valores, já majorados pelo coeficiente de impacto:

$$M_{xm} = 22,797 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{ym} = 5,993 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_{xr} = 29,628 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

Na tabela 1, abaixo, são apresentados os momentos finais envoltórios característicos resultantes da combinação dos efeitos da carga permanente e da carga móvel.

Tabela 1 - Momentos característicos Tabelas de Rüsçh

RÜSCH - MOMENTOS CARACTERÍSTICOS					
Seções	Carga Permanente	Carga Móvel		Momentos Finais	
	M_g (tfm/m)	M_p^+ (tfm/m)	M_p^- (tfm/m)	M^{max} (tfm/m)	M^{min} (tfm/m)
M_{xm}	30.845	22.797	0	53.642	30.845
M_{xr}	31.222	29.628	0	60.850	31.222
M_{ym}	2.849	5.993	0	8.842	2.849

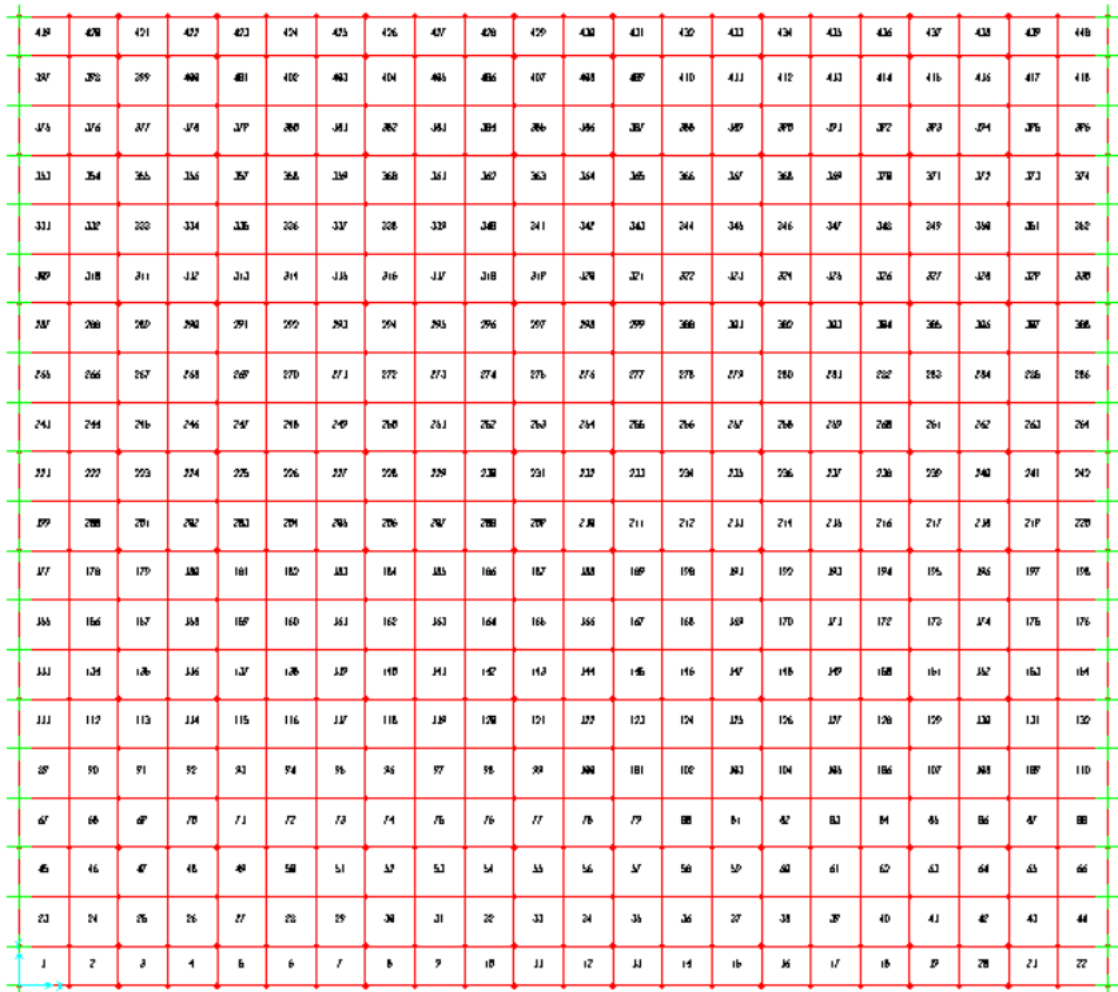
4.2 ANÁLISE ATRAVÉS DO SOFTWARE SAP2000

Nesta seção a análise elástica dos esforços na ponte é desenvolvida usando um software comercial baseado no método dos elementos finitos. Optou-se por usar o SAP 2000 que é bastante usado na análise de uma grande variedade de estruturas.

4.2.1 MODELO ESTRUTURAL

A modelagem consiste na divisão da estrutura em um número discreto de regiões pequenas de dimensões finitas (elementos finitos), interligados em sua periferia através dos nós. Na discretização do tabuleiro, a laje foi dividida em uma malha com 440 elementos e 483 nós, gerados de forma automática pelo programa e mostrados na figura 21.

Figura 21 - Malha de elementos finitos



4.2.2 MATERIAIS

Na entrada de dados do programa, foram fornecidas as seguintes características para o concreto:

Peso específico: $\gamma = 2,5 \text{ tf} / \text{m}^3$

Massa específica: $\gamma = 0,25 \text{ tf} / \text{m}^3$

Resistência: $f_{ck} = 30 \text{ Mpa} = 3000 \text{ tf} / \text{m}^2$

Módulo de elasticidade: $E = 26071,59 \text{ Mpa} = 2607159 \text{ tf} / \text{m}^2$

Coefficiente de Poisson: $\nu = 0,20$

Módulo de elasticidade transversal: $G = 1086316 \text{ tf} / \text{m}^2$ (Calculado pelo programa)

Figura 22 - Tela de inserção das características do material

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: FCK30

Material Type: Concrete

Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 2,5

Mass per Unit Volume: 0,25

Units: Tonf, m, C

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 2607159

Poisson's Ratio, U: 0,2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 1,000E-04

Shear Modulus, G: 1086316,3

Other Properties for Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f'c: 3000

Lightweight Concrete

Shear Strength Reduction Factor:

Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

4.2.3 CARREGAMENTOS VERTICAIS

4.2.3.1 CARGAS PERMANENTES

a) **Peso Próprio**

Gerado de forma automática pelo programa considerando o peso específico do concreto armado igual a $2,5 \text{ tf} / \text{m}^3$.

b) **Pavimentação**

$g_{pav} = 0,228 \text{ tf} / \text{m}^2$ (espessura média de $9,5 \text{ cm}$ e peso específico $\gamma = 2,4 \text{ tf} / \text{m}^3$).

c) **Sobrecarga de norma**

$g_{sob} = 0,2 \text{ tf} / \text{m}^2$ (recapeamento)

d) Barreira de proteção

$g_{bar} = 0,58 \text{ tf/m}$ (Carga linear uniformemente distribuída ao longo dos bordos livres da laje).

4.2.3.2 CARGAS MÓVEIS

A figura 23 mostra o carregamento móvel criado para utilização no programa SAP 2000, tendo como base a carga móvel rodoviária, padrão TB-450, definida na NBR-7188/2013, já majorada do coeficiente de impacto.

Figura 23 - Carregamento móvel de norma: TB-450

General Vehicle Data

Vehicle name: TB45s Units: Tonf, m, C

Floating Axle Loads

	Value	Width Type	Axle Width
For Lane Moments	0.	One Point	
For Other Responses	0.	One Point	

Double the Lane Moment Load when Calculating Negative Span Moments

Usage

Lane Negative Moments at Supports
 Interior Vertical Support Forces
 All other Responses

Min Dist Allowed From Axle Load

Lane Exterior Edge: 0.3048
Lane Interior Edge: 0.6096

Length Effects

Axle: None
Uniform: None

Loads

Load Length Type	Minimum Distance	Maximum Distance	Uniform Load	Uniform Width Type	Uniform Width	Axle Load	Axle Width Type	Axle Width
Leading Load	Infinite		2.0205	Lane Width		0.	Two Points	2.
Leading Load	Infinite		2.0205	Lane Width		0.	Two Points	2.
Fixed Length	1.5	0.	0.	Lane Width		20.205	Two Points	2.
Fixed Length	1.5	0.	0.	Lane Width		20.205	Two Points	2.
Fixed Length	1.5	0.	0.	Lane Width		20.205	Two Points	2.
Fixed Length	1.5	0.	0.	Lane Width		20.205	Two Points	2.
Trailing Load	Infinite		2.0205	Lane Width		0.	Two Points	2.

Vehicle Applies To Straddle (Adjacent) Lanes Only Straddle Reduction Factor:

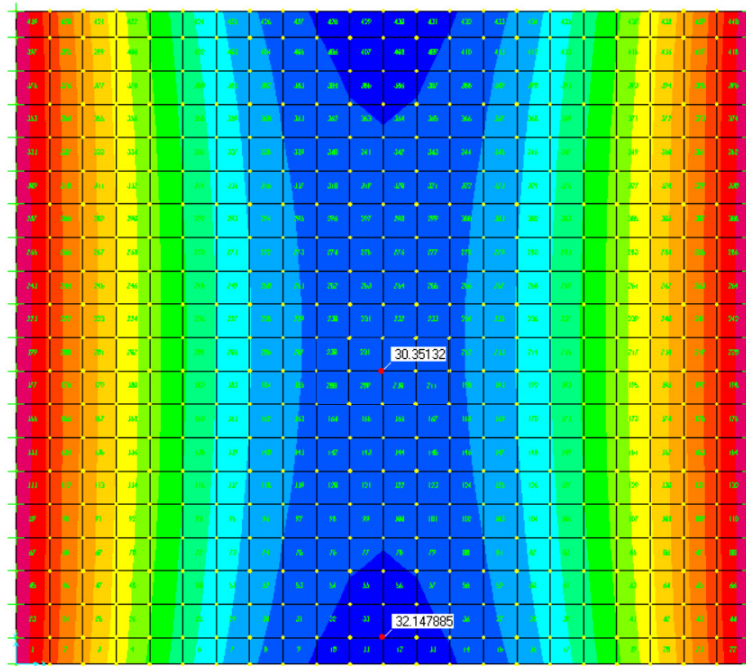
Vehicle Remains Fully In Lane (In Lane Longitudinal Direction)

Buttons: Add, Insert, Modify, Delete, OK, Cancel

4.2.4 ESFORÇOS DEVIDOS À CARGA PERMANENTE

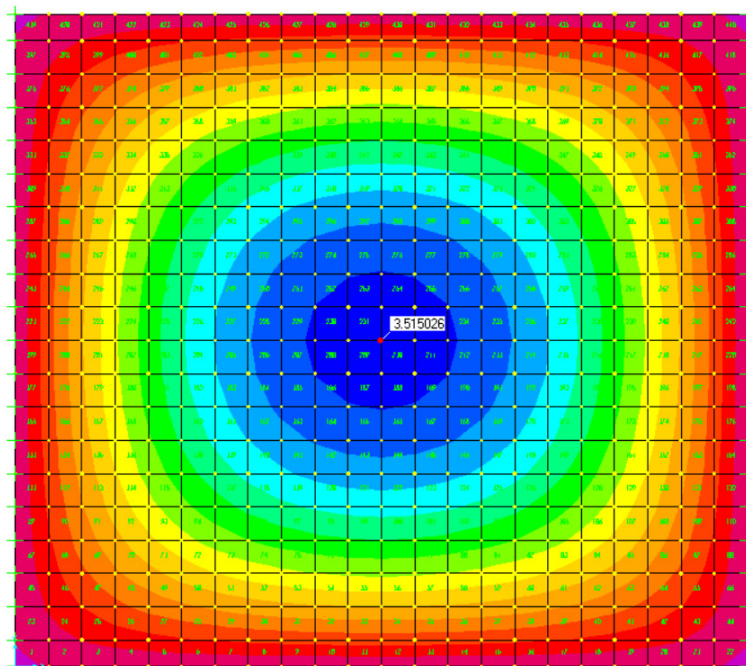
A figura 24 mostra os momentos fletores devidos à ação da carga permanente na direção x, com destaque para os valores no centro da placa $M_{xm} = 30,351 \text{ tf.m/m}$ e no meio do bordo livre $M_{xr} = 32,148 \text{ tf.m/m}$.

Figura 24 – Momentos fletores devidos à carga permanente, na direção x



A figura 25 mostra os momentos fletores devidos a ação da carga permanente na direção y, com destaque para o valor no centro da placa $M_{ym} = 3,515 \text{ tf.m/m}$.

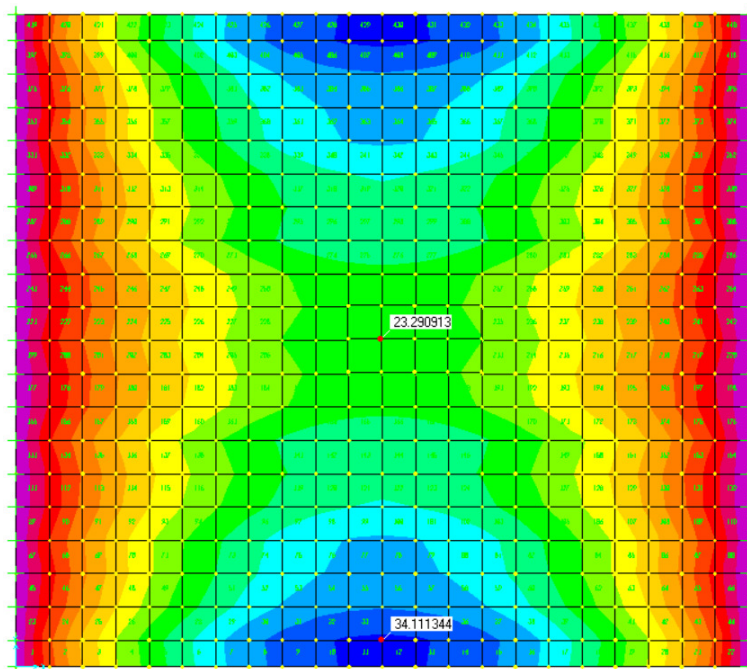
Figura 25 - Momentos fletores devidos à carga permanente, na direção y



4.2.5 ESFORÇOS DEVIDOS À CARGA MÓVEL

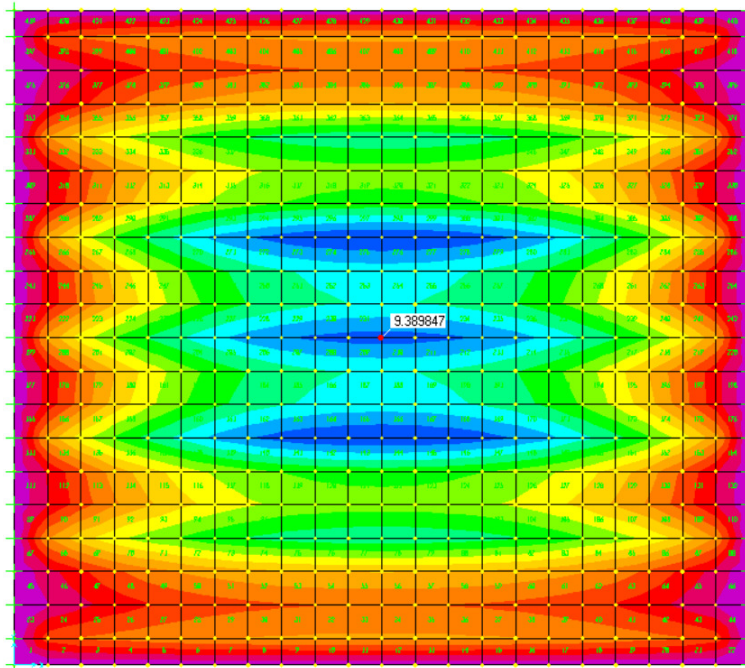
A figura 26 mostra os momentos fletores máximos na direção x, devidos a ação da carga móvel, com destaque para os valores no centro da placa $M_{xm} = 23,291 \text{ tf.m/m}$ e no meio do bordo livre $M_{xr} = 34,111 \text{ tf.m/m}$.

Figura 26 - Momentos fletores devidos à carga móvel, na direção x



A figura 27 mostra os momentos fletores máximos na direção y, devidos a ação da carga móvel, com destaque para o valor no centro da placa $M_{ym} = 9,389 \text{ tf.m/m}$.

Figura 27 - Momentos fletores devidos à carga móvel, na direção y



Na tabela 2, abaixo, são apresentados os momentos finais envoltórios característicos resultantes da combinação dos efeitos da carga permanente e da carga móvel. Na tabela 3, são exibidos os resultados obtidos para um coeficiente de Poisson nulo.

Tabela 2 - Momentos característicos SAP2000 (Coeficiente de Poisson 0,2)

SAP2000 ($\nu=0.2$) - MOMENTOS CARACTERÍSTICOS					
Seções	Carga Permanente	Carga Móvel		Momentos Finais	
	M_g (tfm/m)	M_p^+ (tfm/m)	M_p^- (tfm/m)	$M^{m\acute{a}x}$ (tfm/m)	$M^{m\acute{i}n}$ (tfm/m)
M_{xm}	30.35	23.29	0	53.64	30.35
M_{xr}	32.53	34.04	0	66.57	32.53
M_{ym}	3.52	9.39	0	12.9	3.52

Tabela 3 - Momentos característicos SAP2000 (Coeficiente de Poisson 0)

SAP2000 ($\nu=0$) - MOMENTOS CARACTERÍSTICOS					
Seções	Carga Permanente	Carga Móvel		Momentos Finais	
	M_g (tfm/m)	M_p^+ (tfm/m)	M_p^- (tfm/m)	$M^{m\acute{a}x}$ (tfm/m)	$M^{m\acute{i}n}$ (tfm/m)
M_{xm}	30.878	22.77	0	53.648	30.878
M_{xr}	31.258	31.819	0	63.077	31.258
M_{ym}	-0.653	6.474	0	5.821	-0.653

5 DIMENSIONAMENTO

Neste capítulo será feito o dimensionamento da superestrutura da ponte, com base no estado limite último de ruptura, utilizando os momentos encontrados através do método de Rüsch.

5.1 COMBINAÇÕES DE CÁLCULO

De acordo com as normas NBR 6118:2014, NBR 7187:2013 e NBR 8681:2003, as combinações últimas normais são dadas pela expressão:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0,j} F_{Qj,k} \right] \quad (5.1)$$

onde:

F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;

$F_{Gi,k}$ é o valor característico das ações permanentes;

$F_{Q1,k}$ é o valor característico da ação variável considerada com ação principal para a combinação;

$\psi_{0,j} F_{Qj,k}$ é o valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis;

γ_g são os coeficientes de ponderação das ações permanentes;

γ_q são os coeficientes de ponderação das ações variáveis.

5.2 SOLICITAÇÕES DE CÁLCULO

A partir das solicitações características máximas e mínimas determina-se com base na expressão (5.1), e tabelas 2 (figura 28) e 5 (figura 29) da NBR 8681:2003, as seguintes solicitações de cálculo:

$$M_{xm(máx)}^d = 1,35M_g + 1,50M_p^+ = 1,35.30,845 + 1,50.22,797 = 75,836 \text{ tf.m/m}$$

$$M_{xm(mín)}^d = 1,35M_g = 1,35.30,845 = 41,641 \text{ tf.m/m}$$

$$M_{ym(máx)}^d = 1,35M_g + 1,50M_p^+ = 1,35.2,849 + 1,50.5,993 = 12,836 \text{ tf.m/m}$$

$$M_{ym(mín)}^d = 1,35M_g = 1,35.2,849 = 3,846 \text{ tf.m/m}$$

$$M_{xr(max)}^d = 1,35M_g + 1,50M_p^+ = 1,35.31,222 + 1,50.29,628 = 86,592 \text{ tf.m/m}$$

$$M_{xr(min)}^d = 1,35M_g = 1,35.31,222 = 41,641 \text{ tf.m/m}$$

Figura 28 - Tabela de ações permanentes agrupadas

Tabela 2 — Ações permanentes diretas agrupadas

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes ¹⁾	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,35	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,40	1,0
Especial ou de construção	Grandes pontes ¹⁾	1,20	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,25	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,30	1,0
Excepcional	Grandes pontes ¹⁾	1,10	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,15	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,20	1,0

¹⁾ Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações.
²⁾ Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5 kN/m².
³⁾ Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5 kN/m².

Figura 29 - Tabela de ações variáveis agrupadas

Tabela 5 — Ações variáveis consideradas conjuntamente¹⁾

Combinação	Tipo de estrutura	Coefficiente de ponderação
Normal	Pontes e edificações tipo 1	1,5
	Edificações tipo 2	1,4
Especial ou de construção	Pontes e edificações tipo 1	1,3
	Edificações tipo 2	1,2
Excepcional	Estruturas em geral	1,0

¹⁾ Quando as ações variáveis forem consideradas conjuntamente, o coeficiente de ponderação mostrado na tabela 5 se aplica a todas as ações, devendo-se considerar também conjuntamente as ações permanentes diretas. Nesse caso permite-se considerar separadamente as ações indiretas como recalque de apoio e retração dos materiais conforme tabela 3 e o efeito de temperatura conforme tabela 4.

5.3 CÁLCULO DAS ARMADURAS À FLEXÃO

5.3.1 MATERIAIS

Os materiais considerados no dimensionamento têm as seguintes características:

$$\text{Concreto: } f_{ck} = 30 \text{ Mpa} = 3000 \text{ tf / m}^2$$

$$\text{Aço: } f_{yk} = 500 \text{ Mpa} = 50000 \text{ tf / m}^2$$

A determinação das armaduras de flexão é feita a partir dos momentos de cálculo considerando a laje como uma viga de largura unitária. A altura da linha neutra é calculada pela expressão:

$$x = 1,25.d. \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425.b_w.d^2.f_{cd}}} \right] \quad (5.2)$$

Onde:

M_d é o momento fletor de cálculo;

b_w é a largura unitária da laje;

f_{cd} é a resistência de cálculo a compressão do concreto;

Na expressão (5.2), d é altura útil da seção definida por uma das expressões:

$$d_x = h - c - \frac{\phi_l}{2}, \quad d_y = h - c - \phi_l - \frac{\phi_t}{2}$$

Onde:

h é a espessura da laje;

c é o cobrimento;

ϕ_l é o diâmetro da barra da armadura longitudinal de aço adotada no projeto

ϕ_t é o diâmetro da barra da armadura transversal de aço adotada no projeto.

Entre os domínios 2 e 3 a altura da linha neutra é de $0,259d$ e no limite dos domínios 3 e 4 vale a seguinte relação:

$$x_{34} = d. \left(\frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \right) = d. \left(\frac{0,0035}{0,0035 + \epsilon_{yd}} \right)$$

Onde:

f_{yd} é resistência de cálculo do aço;

E_s é o módulo de deformação ou de elasticidade longitudinal do aço;

ε_{yd} é deformação de escoamento do aço.

A área de aço é determinada pela expressão:

$$A_s = \frac{M_d}{(d - 0,4 \cdot x) \cdot \sigma_s}$$

Onde:

σ_s é a tensão do aço, igual a tensão de escoamento quando a seção trabalha nos domínios 2 e 3, e $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$, quando no domínio 4.

Os resultados do dimensionamento da armadura de flexão, estão resumidos na tabela 4, abaixo:

Tabela 4 - Resultados do dimensionamento à flexão

Posição	Momento de Cálculo (tfm/m)	bw (cm)	h (cm)	d (cm)	x (cm)	Domínio	$A_{s,calc}$ (cm/m)	$\phi_{adotado}$	Espaçamento (cm)
Meio da Placa Direção x	75.836	100	60	56.25	9.96	2	33.37	ϕ 25.0	15
Meio do Bordo livre Direção x	86.592	100	60	56.25	11.51	2	38.56	ϕ 25.0	12.5
Meio da Placa Direção y	12.836	100	60	54.5	16.36	3	5.48	ϕ 10.0	15

5.4 DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE

De acordo com a NBR 6118:2003 as lajes podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante, quando a força cortante de cálculo obedecer à expressão:

$$V_{sd} \leq V_{rd1}$$

A resistência de projeto ao cisalhamento é dada por:

$$V_{rd1} = [\tau_{rd} * k(1,2 + 40\rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp}] b_w * d$$

Onde:

$$\tau_{rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bw.d}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c}$$

$k = 1$ para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio

$k = [1,6 - d]$ nos demais casos, com d em metros.

τ_{rd} é a tensão resistente de cálculo do concreto no cisalhamento

A_{s1} é a área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada.

bw é a largura da seção;

N_{sd} é a força longitudinal na seção devida a protensão ou carregamento

a) Carga permanente

$$g_1 = 1,928 \text{ tf} / \text{m}^2$$

$$g_2 = 0,58 \text{ tf} / \text{m}$$

$$g_3 = 1,928 \cdot \frac{11}{2} = 10,604 \text{ tf} / \text{m}$$

$$g_4 = \left(0,58 \cdot 2 \cdot \frac{11}{2} \right) / 9,80 = 0,651 \text{ tf} / \text{m}$$

Carga permanente total por metro

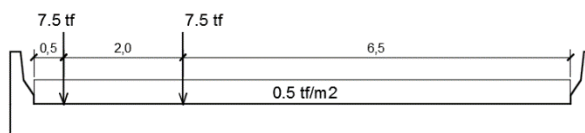
$$R_g / \text{m} = 10,604 + 0,651 = 11,255 \text{ tf} / \text{m}$$

Carga permanente total

$$R_g = 11,255 \cdot 9,80 = 110,229 \text{ tf}$$

b) Carga móvel

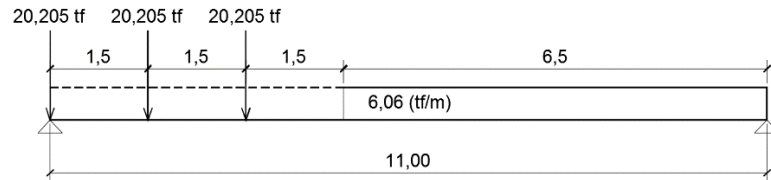
Figura 30 - Carga móvel para o esforço cortante (I)



$$P = 2.7,5.1,347 = 20,205 \text{ tf}$$

$$p = 0,5.9.1,347 = 6,0615 \text{ tf}$$

Figura 31 - Carga móvel para o esforço cortante (II)



$$R_p = 20,205 + \frac{20,205 \cdot (9,5 + 8)}{11} + \frac{0,6735 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 2}{2} + \frac{(0,6735 \cdot 3 \cdot 6,5) \cdot 6,5 \cdot 0,5}{11} = 78,455 \text{ tf}$$

$$R_p / m = \frac{78,455}{9,80} = 8,00 \text{ tf / m}$$

Reações totais

$$R_{mín} = 110,299 \text{ tf}$$

$$R_{máx} = 110,299 + 78,455 = 188,754 \text{ tf}$$

Valor da força cortante de cálculo

$$V_{sd} = 1,35 \cdot 11,255 + 1,5 \cdot 8 = 27,194 \text{ tf}$$

Armadura longitudinal inferior é composta de $\phi 25,0\text{mm}$ a cada 15 cm, logo

$$A_{s(\text{inf})} = 7,4,91 = 34,37 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\tau_{rd} = 0,25 * f_{ctd} = 0,25 * \frac{f_{ctk,\text{inf}}}{\gamma_c} = 0,25 * \frac{0,7 * f_{ct,m}}{\gamma_c} = 0,25 * 0,7 * 0,3 * \frac{f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c}$$

$$\tau_{rd} = 0,25 * 0,7 * 0,3 * \frac{30^{2/3}}{1,4} = 0,362 \text{ MPa} = 36,2 \text{ tf / m}^2$$

$$k = 1,6 - 0,55 = 1,05 > 1$$

$$\rho = \frac{A_{s1}}{b_w * d} = \frac{34,37}{100 * 55} = 0,006 < 0,02$$

$$V_{rd1} = [\tau_{rd} * k(1,2 + 40\rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp}] b_w * d = 30,104 \text{ tf} < V_{sd}$$

Assim não é necessário adicionar armadura transversal.

5.5 ESTADO LIMITE DE FORMAÇÃO DE FISSURAS

Estado limite de formação de fissuras corresponde ao momento de fissuração calculado com $f_{ct} = f_{ctk,inf}$. Esse valor de momento M_r é comparado com o momento fletor relativo à combinação rara de serviço, definida no item 11.8.3.2 da NBR 6118:2014 (figura 32).

Figura 32 - Tabela de combinações de serviço

11.8.3.2 Combinações de serviço usuais

Para facilitar a visualização, essas combinações estão dispostas na Tabela 11.4.

Tabela 11.4 – Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_2 F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk}$

onde

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;

ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Se $M_{d,rara} > M_r$, há fissuração. Caso contrário, não há fissuras.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

$\alpha = 1,5$ (Para seção retangular)

$$f_{ct} = f_{ctk,in} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 30^{2/3} = 2,028 \text{ MPa}$$

$$f_{ct} = 0,2028 \text{ KN/cm}^2$$

$$I_c = \frac{100 \cdot 60^3}{12} = 1.800.000 \text{ cm}^4$$

$$y_t = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,2028 \cdot 1.800.000}{30} = 18,252 \text{ KN.cm} = 182,52 \text{ KN.m} = 18,252 \text{ tf.m}$$

$$M_{d,rara} = 30,845 + 22,797 = 53,642 \text{ tf.m}$$

Comparando: $53,642 > 18,252$

Sendo $M_{d,rara} > M_r$, ocorre a presença de fissuras, tornando-se necessária a análise da abertura destas.

Para analisar a abertura das fissuras, deve ser considerada a combinação frequente de ações (figura 32). Na laje a única ação variável é a carga móvel, então:

$$F_{d, serv} = F_{gk} + \psi_1 F_{qk} \quad - \quad \text{com } \psi_1 = 0,8$$

$$F_{d, serv} = 30,845 + 0,8 \cdot 22,797 = 49,083 \text{ tf.m}$$

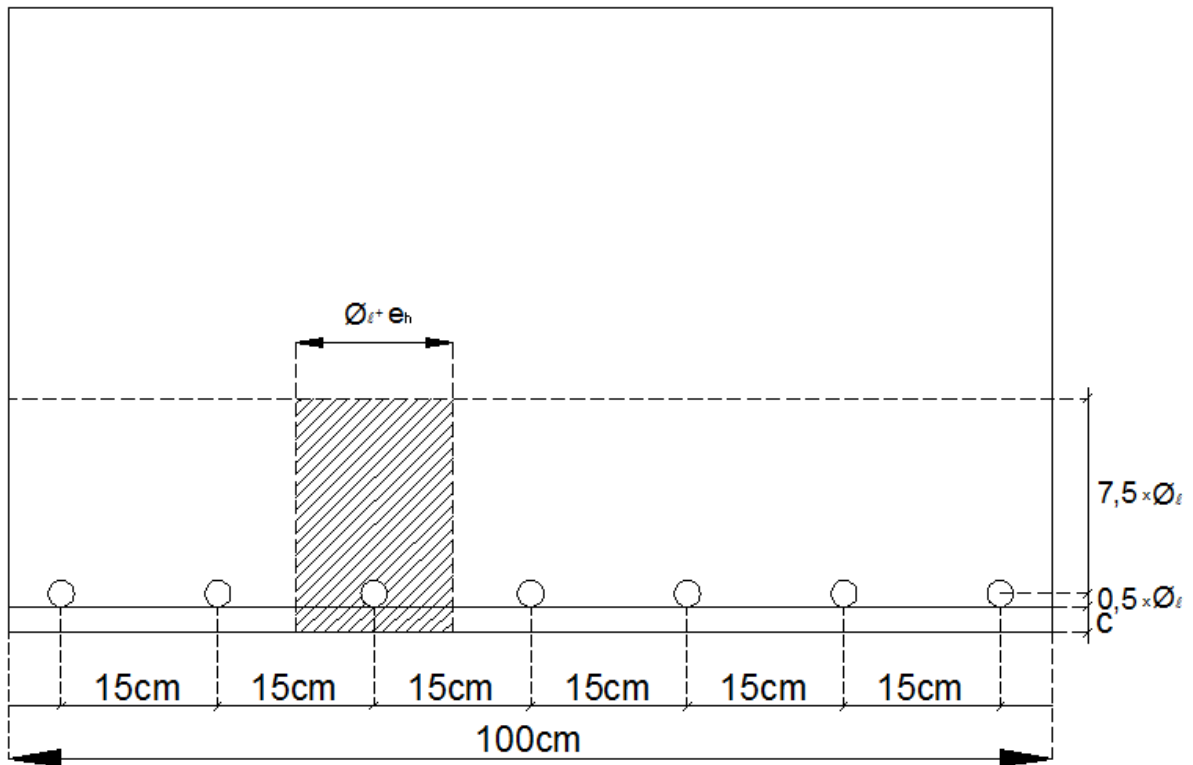
Abertura de fissuras:

$$\phi_l = 25,0 \text{ mm}$$

$$\eta = 2,25 \quad (\text{barras nervuradas CA-50})$$

$$E_s = 210.000 \text{ MPa} = 21.000 \text{ KN/cm}^2 \quad (\text{item 8.3.5 NBR 6118: 2014})$$

Figura 33 - Seção transversal para a análise do estado limite de fissuração



$$A_{cri} = 15 \cdot 22,5 = 337,5 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{ri} = \frac{A_{si}}{A_{cri}} = \frac{4,91}{337,5} = 0,015 = 1,5\%$$

Cálculo aproximado de σ_s :

$$\sigma_s = \frac{M_{d, freq}}{0,8 \cdot d \cdot A_s} = \frac{49,083}{0,8 \cdot 56,25 \cdot 33,37}$$

$$\sigma_s = 32,68 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 30^{2/3} = 2,896 \text{ MPa} = 0,2896 \text{ KN/cm}^2$$

Assim têm-se duas maneiras para verificar a abertura das fissuras:

a)
$$\omega_1 = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} = \frac{2,5}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{32,68}{21000} \cdot \frac{3 \cdot 32,68}{0,2896}$$

$$\omega_1 = 0,0468 \text{ cm} = 0,47 \text{ mm}$$

$$b) \quad \omega_2 = \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) = \frac{2,5}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{32,68}{21000} \cdot \left(\frac{4}{0,015} + 45 \right)$$

$$\omega_2 = 0,043 \text{ mm}$$

Dentre os dois métodos, ω_1 e ω_2 , a escolha é do menor. Então de a escolha foi do ω_2 .
Comparando com o valor limite:

$$\omega_2 < \omega_{\text{lim}}, \text{ já que } \omega_{\text{lim}} \text{ tem valor igual a } 0,3 \text{ mm.}$$

De acordo com estes resultados, conclui-se que a armadura está dimensionada satisfatoriamente, com relação ao estado limite de formação de fissuras.

5.6 ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FADIGA

Segundo Pfeil (1984), os ensaios de flexão de vigas de concreto armado, com prensas pulsadoras, mostram que, após um grande número de ciclos de flutuações de cargas, a armadura pode romper com uma tensão inferior à sua resistência medida em ensaio estático. Este fenômeno denomina-se fadiga da armadura.

A experiência mostra que, após 2 milhões de ciclos de flutuações de cargas, a armadura se rompe para uma certa amplitude de variação de tensões. Essa amplitude praticamente não varia com o tipo de aço e com a tensão inferior, dependendo, entretanto, da conformação superficial das barras.

As cargas a considerar na verificação do efeito de fadiga são, exclusivamente: cargas variáveis relativamente elevadas e de ação frequente, impacto, força centrífuga.

O efeito de fadiga das armaduras pode ser verificado pelo cálculo da flutuação de tensões, feito em seção fissurada. De acordo com a NBR 6118:2014, essa verificação é satisfeita se a máxima variação de tensão calculada, $\Delta\sigma_s$, para a combinação frequente de cargas satisfaz a expressão:

$$\gamma_f \Delta\sigma_s < \Delta f_{\text{sd,fad}} ;$$

onde,

$$\gamma_f = 1,0 \text{ (Coeficiente de ponderação das ações)}$$

Se $\Delta\sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad}$ considera-se atendida a verificação do estado limite último de resistência à fadiga.

Se $\Delta\sigma_s > \Delta f_{sd,fad}$ a armadura calculada deve ser majorada pelo fator $K_f = \frac{\Delta\sigma_s}{\Delta f_{sd,fad}}$

Os valores de $\Delta f_{sd,fad}$ são dados na tabela 23.2 (figura 34) da NBR 6118:2014.

Figura 34 - Tabela de tensões de fadiga

Tabela 23.2 – Parâmetros para as curvas S-N (Woeller) para os aços dentro do concreto ^a

Armadura passiva, aço CA-50									
Valores de $\Delta f_{sd,fad,mín}$, para 2×10^6 ciclos									
Caso	ϕ mm								Tipo ^b
	10	12,5	16	20	22	25	32	40	
Barras retas ou dobradas com $D \geq 25 \phi$	190	190	190	185	180	175	165	150	T ₁
Barras retas ou dobradas com: $D < 25 \phi$ $D = 5 \phi < 20$ mm $D = 8 \phi \geq 20$ mm	105	105	105	105	100	95	90	85	T ₁
Estribos $D = 3 \phi \leq 10$ mm	85	85	85	–	–	–	–	–	T ₁
Ambiente marinho Classe IV	65	65	65	65	65	65	65	65	T ₄
Barras soldadas (incluindo solda por ponto ou das extremidades) e conectores mecânicos	85	85	85	85	85	85	85	85	T ₄
Armadura ativa									
Caso	Valores de $\Delta f_{pd,fad,mín}$, para 2×10^6 ciclos								
	MPa								
Pré-tração, fio ou cordoalha reto	150								T ₁
Pós-tração, cabos curvos	110								T ₂
Cabos retos	150								T ₁
Conectores mecânicos e ancoragens (caso de cordoalha engraxada)	70								T ₃
^a Admite-se, para certificação de processos produtivos, justificar os valores desta Tabela em ensaios de barras ao ar. A flutuação de tensões deve ser medida a partir da tensão máxima de 80 % da tensão nominal de escoamento e frequente de 5 Hz a 10 Hz.									
^b Ver Tabela 23.3.									

Fonte: NBR 6118:2014

A combinação frequente de ações é dada por:

$$F_{d, serv} = \sum_{i=1}^m F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \sum_{j=2}^n \psi_2 F_{qjk}$$

No caso de pontes rodoviárias, o fator de redução ψ_1 de acordo com o tipo de peça estrutural, tem os seguintes valores:

$\psi_1 = 0,5$ para verificação de vigas;

$\psi_1 = 0,7$ para verificação das transversinas;

$\psi_1 = 0,8$ para verificação das lajes do tabuleiro.

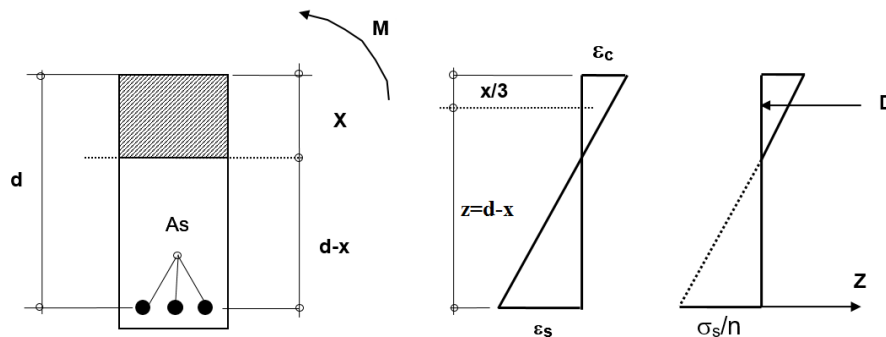
Cálculo de tensões normais em seções retangulares sob flexão simples.

O cálculo das tensões normais no concreto e no aço, provocadas pelas solicitações em serviços é feito admitindo-se a seção fissurada, com os materiais em regime elástico, sem considerar as tensões de tração no concreto. A situação em serviço, com seção fissurada, denomina-se estágio II na literatura clássica.

Seção retangular com armadura simples.

A seção resistente é formada pela área comprimida do concreto e pela armadura tracionada, figura 35.

Figura 35 - Seção retangular sob flexão simples reta



Fonte:

A linha neutra é a reta baricêntrica da seção resistente, em relação à qual o momento estático é nulo, sua equação é dada por

$$\frac{b_w \cdot x^2}{2} - n \cdot A_s (d - x) = 0$$

O momento de inércia da seção resistente, em relação à linha neutra, é dado pela expressão:

$$J = \frac{b_w \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s (d - x)^2$$

As tensões internas, no concreto comprimido e na armadura tracionada, são obtidas respectivamente pelas expressões:

$$\sigma_c = \frac{M \cdot x}{J}$$

$$\sigma_s = n \cdot \sigma_c \frac{d - x}{x}$$

Onde

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto.

Segundo Pfeil (1984), o valor de n a ser adotado depende da natureza das cargas. Para verificação da fadiga a flutuação de tensões é provocada pelas cargas móveis, podendo tomar-se n igual a relação entre os módulos dos dois materiais. Assim, a relação foi $n = \frac{210GPa}{32GPa} = 6,56$.

A partir das determinações da norma, foi verificado o estado limite último de fadiga, de acordo com as tabelas 5 e 6, abaixo:

Tabela 5 - Momentos de combinação frequente

Seções	C. Perm.	Carga Móvel		ψ_1 .Carga Móvel		C.PERM \pm ψ_1 .C. MOVEL	
	Mg	Mp ⁺	Mp ⁻	$\psi_1 \cdot Mp^+$	$\psi_1 \cdot Mp^-$	M ^{max}	M ^{min}
M_{xm}	30.85	22.80	0.00	18.24	0.00	49.08	30.85
M_{xr}	31.22	29.63	0.00	23.70	0.00	54.92	31.22
M_{ym}	2.85	5.99	0.00	4.79	0.00	7.64	2.85

Tabela 6 - Verificação do estado limite último de fadiga

Momentos na Laje	Momentos de projeto (tf.m)		Área de Aço (cm ²)	Combinações Frequentes		Tensões (Kgf/cm ²)		Variação de Tensões	Limite de Variação de Tensões - Fadiga (Mpa)	Área de Aço Final
	M _{d,max}	M _{d,min}	A _{s(max)} ⁺	M _{max}	M _{min}	$\sigma_{s,max}$	$\sigma_{s,min}$	$\Delta\sigma_{sd}$	$\Delta f_{sd,fad}$	$K_1 \times A_{s(max)}$
M_{xm}	75.836	41.641	33.370	49.083	30.845	2844.83	1787.81	1057.02	175	33.370
M_{xr}	86.592	41.641	38.560	54.924	31.222	2770.77	1575.07	1195.7	175	38.560
M_{ym}	12.836	3.846	5.480	7.643	2.845	2660.05	991.56	1668.49	175	5.480

Assim chega-se à conclusão de que a variação de tensão nas armaduras calculadas está abaixo do aceito pela norma, o que implica em um dimensionamento satisfatório, que atende às solicitações.

6 CONCLUSÕES

O desenvolvimento deste trabalho foi de extrema importância para o autor, já que atingiu todos os seus objetivos de consolidação de conhecimentos adquiridos ao longo do curso, além de ter feito com que o aluno entenda as etapas necessárias para a análise e dimensionamento da superestrutura de uma ponte em laje, através de dois métodos. Sendo um deles o de Rüsç, analítico, e o outro, através do software SAP2000.

Foi possível, no desenvolvimento do trabalho, conhecer, entender e aprender a usar um software baseado no método dos elementos finitos, SAP 2000, bastante usado nos escritórios, na análise de projeto de pontes.

Através do programa SAP 2000, foi possível observar a influência do fator de contração transversal, coeficiente de Poisson, nos resultados obtidos para os momentos, conforme a tabela 7, seguinte.

Tabela 7 - Momentos característicos finais

MÉTODO	Momentos Finais	
	M^{\max} (tfm/m)	M^{\min} (tfm/m)
RÜSCH	53.642	30.845
	60.85	31.222
	8.842	2.849
SAP2000 ($\nu=0.2$)	53.64	30.35
	66.57	32.53
	12.9	3.52
SAP2000 ($\nu=0$)	53.648	30.878
	63.077	31.258
	5.821	-0.653

Com o SAP 2000, obtem-se os esforços em cada ponto da malha, o que permite a obtenção dos diagramas limite de forma precisa.

Os resultados obtidos na análise, via tabelas de Rusch e SAP 2000, mostram a boa concordância dos valores para fins de projetos na prática da engenharia. A maior diferença ocorre no valor do momento transversal no centro da placa, devido a influência do fator de contração transversal, coeficiente de Poisson.

A partir da realização desta monografia foi possível perceber o quanto são complexos a análise e o dimensionamento da estrutura de uma ponte. Requer uma grande quantidade de informação, bastante atenção aos detalhes, além de conhecimento teórico e das normas.

Os softwares de cálculo são extremamente úteis e tornam possíveis cálculos que são quase impossíveis de serem realizados analiticamente. Mas não significa que alguém possa fazer o projeto de uma estrutura, apenas inserindo dados no programa. O projetista deve ter noções de resultados e condições, para julgar o que foi encontrado pelo programa e realizar uma análise satisfatória e segura.

Como sugestão de continuação deste trabalho, indica-se a análise e o dimensionamento de tabuleiros com laje esconsa e outros sistemas estruturais de pontes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, Arthur Álax de Araújo. **Implementação de elementos finitos de barra e placa para a análise de esforços em tabuleiros de pontes por meio de superfícies de influência. 2014.** Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2014. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-28072014-093844/>>. Acesso em: 2016-03-30.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187:** Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188:** Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:** Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

EI DEBS, M. K.; TAKEYA, T. (2010) **Introdução às pontes de concreto. Texto provisório de apoio à disciplina de pontes – SET 412.** (Apostila). São Carlos 2010.

MARTHA, L. F. **Métodos básicos da análise de estruturas.** Editora Campus/Elsevier, 2010.

MASON, J. **Pontes em concreto armado e protendido.** Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. Rio de Janeiro, 1977.

PFEIL, W. **Pontes em concreto armado.** Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. Rio de Janeiro, 1979.

PFEIL, W. **Pontes em concreto armado.** Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. Rio de Janeiro, 1984.

